

DOI 10.31891/2307-5732-2019-279-6-138-142

УДК 681.51: 664.65(045)

В.П. ХОРОЛЬСЬКИЙ, В.М. СЕРЕБРЕНИКОВ, Ю.М. КОРЕНЕЦЬ, І.В. РАСЧЕХМАРОВ

Донецький національний університет економіки і торгівлі імені Михайла Туган-Барановського, м. Кривий Ріг

## УЛЬТРАЗВУК ЯК АНАЛІЗАТОР МОНІТОРИНГУ СТАНУ ХАРЧОВОЇ СИРОВИНИ

У статті розглянуто математичну модель взаємодії ультразвукових коливань з харчовою сировиною, яка представляє собою гетерогенне середовище. Припускаючи, що стан гетерогенного середовища описується математичною моделлю у вигляді диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, був проведений спектральний аналіз цього середовища за допомогою ультразвуку. Метою досліджень є пошук «передавальної функції» харчової сировини, за допомогою якої стало б можливим виявити структурні елементи харчової сировини – визначити її фізико-механічні властивості. Одержано формули, які дозволяють визначити параметри стану харчової сировини, за допомогою таких характеристик спектральної щільності, як резонансна частота, величина резонансу та добротність коливальної системи. Знайдені за допомогою ультразвукових коливань параметри дозволяють проводити безперервний моніторинг стану харчової сировини з метою оцінки її якості.

Ключові слова: ультразвук, харчова сировина, спектральна щільність, моніторинг, резонанс, добротність.

V.P. KHOROLSKY, V.M. SEREBRENIKOV, YU.M. KORENETS, I.V. RASCHEKHMAROV

Donetsk National Economy and Trade and Trade named after Mikhail Tugan-Baranovsky, Kryvyi Rih

### ULTRASOUND AS AN ANALYSER OF MONITORING OF THE STATE OF FOOD RAW MATERIALS

The article considers a mathematical model of the interaction of ultrasonic vibrations with food raw materials, which is a heterogeneous medium. Assuming that the state of a heterogeneous medium is described by a mathematical model in the form of a second-order differential equation with constant coefficients, a spectral analysis of this medium was carried out using ultrasound. The aim of the research is to search for the "transfer function" of food raw materials, with the help of which it would be possible to identify the structural elements of food raw materials – to determine its physical and mechanical properties. Formulas are obtained that allow one to determine the state parameters of food raw materials using spectral density characteristics such as resonance frequency, resonance value, and quality factor of the oscillatory system. The parameters found using ultrasonic vibrations allow continuous monitoring of the state of food raw materials in order to assess its quality.

Key words: ultrasound, food raw material, spectral density, monitoring, resonance, quality factor.

#### Постановка задачі

Сучасне харчове виробництво є складним технологічним процесом, який потребує ретельного контролю на кожній ланці переробки сировини. Від такого контролю залежить якість кінцевого продукту, що безпосередньо впливає на споживання продукту населенням. Аналіз процесів харчового виробництва показав, що методи контролю якості переробки сировини, які існують сьогодні, не завжди відповідають сучасним вимогам до якості продуктів. Внаслідок цього, від науковців потребується розробка нового обладнання, яке повинно використовувати сучасні підходи до методів контролю якості продуктів переробки харчової сировини. Одним із таких можливих підходів доцільно виділити застосування ультразвукових коливань з метою моніторингу якості переробки харчової сировини [1].

#### Аналіз досліджень та публікацій

Вивченню впливу ультразвуку на стан харчової сировини присвячені наукові праці відомих українських вчених: Г.В. Дейниченка, Г.М. Постнова, М.А. Чеканова, В.М. Червоного, Д.А. Нечипуренка [2, 3]. Вони довели, що в полі ультразвукових хвиль стан харчової сировини залежить від використання акустичних параметрів ультразвукової обробки (частоти, питомої енергії, тривалості обробки).

Це питання постає важливим для ідентифікації параметрів гетерогенного середовища і створення відповідних математичних моделей. Його рішення дозволить обґрунтувати раціональні параметри ультразвуку з метою ідентифікації властивостей харчової сировини. Таким чином, удосконалення застосування ультразвуку з метою оцінки якості харчової сировини є актуальним науково-технічним завданням і вимагає від науковців проведення додаткових досліджень, а саме, математичного моделювання процесу дії ультразвукових коливань на стан харчової сировини як гетерогенного середовища.

#### Формулювання цілей

Метою статті є ідентифікація стану харчової сировини за допомогою ультразвукових коливань для оцінки якості процесу її переробки з подальшою розробкою систем контролю та управління робототехнологічними комплексами виробництва харчових продуктів.

#### Виклад основного матеріалу дослідження

У нашому випадку харчова сировина, що досліджується, розглядається як гетерогенне середовище, що характеризується досить різноманітним складом.

Дистанційний контроль стану масиву харчової сировини за допомогою ультразвуку передбачає реконструкцію параметрів механічних явищ на підставі отриманих датчиками сигналів.

Метою досліджень є пошук «передавальної функції» масиву харчової сировини, за допомогою якої стало б можливим виявити структурні елементи масиву харчової сировини – визначити її фізико-механічні

властивості [4]. Згідно з наведеною на рис. 1 схемою, на масив харчової сировини діє деяке зовнішнє обурення  $X(t)$ . В результаті такого впливу масив харчової сировини змінює свій стан, починаючи коливатися, що підтверджується відповідною вихідною змінною  $Y(t)$ .

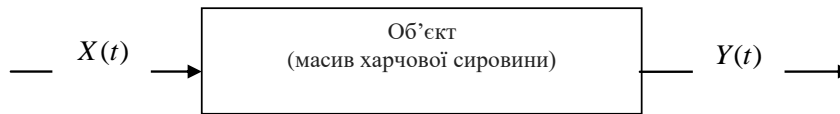


Рис. 1. Схема впливу зовнішнього обурення на масив харчової сировини

Таким чином, масив харчової сировини, показаний на рис. 1, представляється з точки зору кібернетики як «чорна скринька», внутрішній зміст якої або невідомий, або настільки складний, що не дозволяє побудувати адекватну модель, яка базується на фізико-механічних уявленнях [5].

Для дослідження об'єкта такого характеру необхідно, перш за все, визначити структуру математичної моделі. Під структурою в загальному випадку розуміється певне відношення між елементами, що складають об'єкт, який досліджується. У даному випадку в якості структурної категорії з точки зору динаміки об'єкта доцільно розглянути динамічну структуру об'єкта. Тому на першому етапі досліджень структуру передавальної функції, яка описує коливання харчової сировини, природно вибрати у вигляді лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами [6]:

$$\ddot{Y} + h \cdot \dot{Y} + k^2 \cdot Y = X(t), \quad (1)$$

де  $Y(t)$  – зміщення точок харчової сировини від рівноваги, м;  $h, k$  – числові параметри, пов'язані з властивостями харчової сировини,  $1/\text{с}$ ,  $X(t)$  – зовнішній вплив на масив харчової сировини,  $\text{М}/\text{с}^2$ .

Відповідно до обраної структури математичної моделі (1) при відхиленні точок харчової сировини від рівноваги виникає відновлювальна сила –  $k^2 \cdot Y(t)$ , пропорційна зміщенню  $Y(t)$ , і «сила гальмування» –  $h \cdot \dot{Y}(t)$ , пропорційна швидкості зміни відхилення  $Y(t)$ . Для стійкості процесу, який описується рівнянням (1), необхідно, щоб постійна була  $h$  додатною. У разі відсутності «зовнішньої сили» коливання масиву харчової сировини буде мати характер затухаючих коливань.

Необхідно підкреслити, що параметри  $h$  і  $k$  пов'язані з властивостями харчової сировини, які визначаються її спектральними характеристиками.

Вимірюючи спектр коливань харчової сировини для даного масиву харчової сировини та пов'язуючи його з параметрами  $h$  і  $k$ , які визначають спектр коливань моделі, можна провести аналіз масиву харчової сировини з метою його моніторингу.

Для знаходження спектральної щільності стаціонарного рішення диференціального рівняння (1) запишемо його в символічній формі:

$$Q_2(p)Y(t) = X(t), \quad (2)$$

де  $Q_2(p) = p^2 + h \cdot p + k^2$  – поліном другого ступеня.

Підставимо в (2) спектральне розкладання  $Y(t)$  [7]:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\Phi(\omega), \quad (3)$$

де  $\omega$  – частота коливань, рад/с,  $t$  – час, с.

$d\Phi(\omega)$  – приріст функції  $\Phi(\omega)$ , який відповідає приросту  $d\omega$ .

Оскільки в даному випадку функція, як функція, що має незалежні збільшення, є недиференційована, то запис інтеграла (3) у вигляді інтеграла Стілт'єса обов'язковий.

Користуючись тим, що похідні  $\dot{Y}(t)$  існують, продиференціюємо (3) під знаком інтеграла по  $t$  як по параметру:

$$\dot{Y}(t) = i \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot e^{i\omega t} d\Phi(\omega), \quad \ddot{Y}(t) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 \cdot e^{i\omega t} d\Phi(\omega). \quad (4)$$

Підставляючи (4) в (2), отримуємо:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2] e^{i\omega t} d\Phi(\omega) = X(t). \quad (5)$$

Обчислимо кореляційну функцію (5):

$$K_X(\tau) = M[X^*(t)X(t+\tau)] = M\left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [-\omega_1^2 - h \cdot i\omega_1 + k^2] e^{-i\omega_1 t} d\Phi^*(\omega_1) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} [-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2] e^{i\omega(t+\tau)} d\Phi(\omega) \right\}.$$

Представимо добуток інтегралів у вигляді подвійного інтеграла та змінимо порядок інтегрування і знаходження математичного очікування:

$$K_X(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [-\omega_1^2 - h \cdot i\omega_1 + k^2] \cdot [-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2] e^{i\omega(t+\tau) - i\omega_1 t} M[d\Phi^*(\omega_1)d\Phi(\omega)]. \quad (6)$$

Враховуючи, що

$$M[d\Phi^*(\omega_1)d\Phi(\omega)] = S_Y(\omega)\delta(\omega - \omega_1)d\omega d\omega_1, \quad (7)$$

де  $S_Y(\omega)$  – спектральна щільність  $Y(t)$ ,  $M^2/c^3$ ;  $\delta(\omega - \omega_1)$  – дельта-функція Дірака, с; перетворимо (6) до вигляду:

$$K_X(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [-\omega_1^2 - h \cdot i\omega_1 + k^2] \cdot [-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2] e^{i\omega(t+\tau) - i\omega_1 t} S_Y(\omega)\delta(\omega - \omega_1)d\omega d\omega_1. \quad (8)$$

З огляду на властивості дельта-функції Дірака, рівність (8) приводиться до виду:

$$K_X(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} |-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2|^2 S_Y(\omega)d\omega. \quad (9)$$

Кореляційна функція  $K_X(\tau)$  та її спектральна щільність  $S_X(\omega)$  пов'язані рівністю:

$$K_X(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} S_X(\omega)d\omega. \quad (10)$$

Порівнюючи (9) і (10), знаходимо:

$$S_X(\omega) = |-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2|^2 S_Y(\omega). \quad (11)$$

Враховуючи, що рішення (2) має властивість стаціонарності, рівність (11) дозволяє виразити спектральну щільність вихідної змінної  $Y(t)$  через спектральну щільність вхідного впливу  $X(t)$ :

$$S_Y(\omega) = \frac{S_X(\omega)}{|-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2|^2}. \quad (12)$$

Перетворимо знаменник формули (12):

$$|-\omega^2 + h \cdot i\omega + k^2|^2 = |(k^2 - \omega^2) + h \cdot i\omega|^2 = (k^2 - \omega^2)^2 + h^2 \omega^2. \quad (13)$$

Таким чином, згідно з (13), формула (12) набуває вигляду:

$$S_Y(\omega) = \frac{S_X(\omega)}{(k^2 - \omega^2)^2 + h^2 \omega^2}. \quad (14)$$

Якщо вхідний сигнал має властивості «білого шуму», тобто

$$S_X(\omega) \approx C = const, \quad (15)$$

то формула (14) приймає вигляд

$$S_Y(\omega) = \frac{C}{(k^2 - \omega^2)^2 + h^2 \omega^2}. \quad (16)$$

Перш за все, необхідно відзначити, що спектральна щільність (16) досягає максимальної величини, коли знаменник буде мінімальним, тобто при

$$\omega = k, \quad (17)$$

при цьому:

$$S_{Y_{\max}} = \frac{C}{h^2 k^2}. \quad (18)$$

Таким чином, якщо в результаті вимірів спектральна щільність вихідної змінної  $Y(t)$  досягає максимального значення  $S_{Y_{\max}}$  при  $\omega = \omega_0$ , то згідно з (17) і (18) шукані параметри, які входять в математичну модель, знаходяться за формулами:

$$k = \omega_0, \quad h = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{C}{S_{Y_{\max}}}}. \quad (19)$$

Таким чином, формули (19) дозволяють за максимальною величиною спектральної щільності (16) з урахуванням величини спектральної щільності «білого шуму», знайти величини параметрів  $k$  і  $h$ , які характеризують властивості масиву харчової сировини, що досліджується.

Необхідно підкреслити, що в реальних умовах однією з найважливіших характеристик спектральної щільності є добротність коливальної системи [8]. Ця характеристика визначається формулою:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}, \quad (20)$$

де  $\omega_0$  – резонансна частота, рад/с;  $\Delta\omega$  - ширина смуги пропускання коливальної системи, рад/с.

Ширина смуги пропускання визначається як різниця верхньої і нижньої граничних частот, де амплітуда коливань дорівнює  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  від максимальної амплітуди. Згідно з (16) і (18) можна записати:

$$\frac{C}{(k^2 - \omega^2)^2 + h^2 \omega^2} = \frac{C}{2h^2 k^2},$$

або, з урахуванням того, що  $k = \omega_0$ , маємо:

$$\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + h^2 \omega^2} = \frac{1}{2h^2 \omega_0^2}. \quad (21)$$

Формула (21) дозволяє знайти параметр  $h$  при відомій добротності коливальної системи (20). Враховуючи, що у формулі (21)

$$\omega = \omega_0 + 0,5 \cdot \Delta \omega,$$

або, з урахуванням (20),

$$\omega = \omega_0 \left(1 + 0,5 \cdot \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right), \omega = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right). \quad (22)$$

Згідно (22) формула (21) приймає вигляд:

$$\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega_0^2 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)^2)^2 + h^2 \omega_0^2 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)^2} = \frac{1}{2h^2 \omega_0^2},$$

або, після скорочення,

$$\frac{1}{\omega_0^2 \frac{(4Q+1)^2}{16Q^4} + h^2 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)^2} = \frac{1}{2h^2}. \quad (23)$$

Перетворюючи (23), послідовно отримуємо:

$$\omega_0^2 \frac{(4Q+1)^2}{16Q^4} + h^2 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)^2 = 2h^2, h^2 \left(2 - \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)^2\right) = \omega_0^2 \frac{(4Q+1)^2}{16Q^4},$$

$$h^2 = \omega_0^2 \frac{(4Q+1)^2}{16Q^4 \left(2 - \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)^2\right)},$$

і, остаточно,

$$h = \omega_0 \frac{4Q+1}{4Q^2 \sqrt{2 - \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)^2}}. \quad (24)$$

Формула (24) дозволяє знайти параметр  $h$  при відомій добротності коливальної системи  $Q$  і резонансної частоті  $\omega_0$ .

Таким чином, формули

$$k = \omega_0 \text{ и } h = \omega_0 \frac{4Q+1}{2\sqrt{4Q^2 - 4Q - 1}} \quad (25)$$

дозволяють визначити параметри харчової сировини за характеристиками резонансу спектральної щільності ультразвуку.

### Висновки

Математичне моделювання стану харчової сировини як гетерогенного середовища з відповідними фізико-механічними властивостями дозволило шляхом зовнішнього впливу у вигляді ультразвукових коливань проводити моніторинг стану цієї сировини з метою оцінки її якості. Підтримання якості стану харчової сировини на заданому рівні дозволить, завдяки оперативному її контролю, покращати кінцевий продукт. Для практичної реалізації результатів математичного моделювання необхідно провести серію експериментів, які б дозволили оцінити спектральні характеристики стану харчового продукту, що відповідає еталону необхідної якості.

### Література

1. Хмелев В.Н. Применение ультразвука высокой интенсивности в промышленности / В.Н. Хмелев, А.Н. Сливин, Р.В. Барсуков // Алтайский государственный технический университет БТИ. – Бийск : Изд-во Алт. гос. техн. ун-та, 2010. – 203 с.

2. Отримання водно-жирових емульсій за допомогою ультразвуку : монографія / Г.В. Дейниченко [та ін.]. – Харків : ФАКТ, 2013. – 192 с.
3. Безвідхідна переробка м'яса з високим вмістом сполучної тканини з використанням ультразвуку : монографія / Г.В. Дейниченко [та ін.] – Харків : ФАКТ, 2012. – 192 с.
4. Акопян Б.В. Основы взаимодействия ультразвука с биологическими объектами / Б.В. Акопян. – М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 224 с.
5. Лапыгин Ю.Н. Теория организации / Лапыгин Ю.Н. – М. : Инфра-М, 2007. – 311 с.
6. Фомин В.И. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Фомин В.И. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 156 с.
7. Волков И.К. Случайные процессы : учеб. для вузов / И.К. Волков, С.М. Зуев, Г.М. Цветкова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с.
8. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / Бидерман В.Л. – М. : Высшая школа, 1980. – 408 с.

#### References

1. Hmelev V.N. Primenenie ultrazvuka vysokoj intensivnosti v promyshlennosti / V.N. Hmelev, A.N. Slivin, R.V. Barsukov // Altajskij gosudarstvennyj tehniceskij universitet VTI. – Bijsk : Izd-vo Alt. gos. tehn. un-ta, 2010. – 203 s.
2. Otrymannia vodno-zhyrovyykh emulsii za dopomohoiu ultrazvuku : monohrafiia / H.V. Deinychenko [ta in.]. – Kharkiv : ФАКТ, 2013. – 192 s.
3. Bezvidkhidna pererobka miasa z vysokym vmistom spoluchnoi tkanyny z vykorystanniam ultrazvuku : monohrafiia / H.V. Deinychenko [ta in.] – Kharkiv : ФАКТ, 2012. – 192 s.
4. Akopyan B.V. Osnovy vzaimodejstviya ultrazvuka s biologicheskimi obektami / B.V. Akopyan. – M. : MGTU im. N.E. Baumana, 2005. – 224 s.
5. Lapygin Yu.N. Teoriya organizacii / Lapygin Yu.N. – M. : Infra-M, 2007. – 311 s.
6. Fomin V.I. Differencialnye uravneniya : uchebnoe posobie / Fomin V.I. – Tambov : Izd-vo GOU VPO TGUTU, 2010. – 156 s.
7. Volkov I.K. Sluchajnye processy : ucheb. dlya vuzov / I.K. Volkov, S.M. Zuev, G.M. Cvetkova. – M. : Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 1999. – 448 s.
8. Biderman V.L. Teoriya mehanicheskikh kolebanij / Biderman V.L. – M. : Vysshaya shkola, 1980. – 408 s.

Рецензія/Peer review : 11.11.2019 р.

Надрукована/Printed : 02.01.2020

Рецензент: д.т.н., проф. Зеленський О.С.