МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Донецький національний університет економіки і торгівлі
імені Михайла Туган-Барановського

Кафедра вищої математики та інформаційних систем

В.М. Серебреников, Т.В. Квітка

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ: ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Навчально-методичний посібник

розділ «Випадкові події»

Кривий Ріг

2018р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Донецький національний університет економіки і торгівлі
імені Михайла Туган-Барановського

Кафедра вищої математики та інформаційних систем

В.М. Серебреников, Т.В. Квітка

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ: ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Навчально-методичний посібник

розділ «Випадкові події»

Затверджено на засіданні
кафедри вищої математики та
інформаційних систем
Протокол № _19___
від «16» __травня______ 2018 р.

Схвалено навчально-методичною радою
ДонНУЕТ
Протокол №_6_
від «19» ___червня____ 2018р.

Кривий Ріг
2018р

УДК 591.21 (075.8)
ББК 22.17я 73

Рецензенти:

Коновал О.А., д.п.н., професор, завідувач кафедри фізики та методики її викладання Криворізького державного педагогічного університету.

Тернов С.О., к.т.н., с.н.с., в.о. завідувача кафедри вищої математики та інформаційних систем Донецького національного університету економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського.

Серебреников, В.М. , Квітка Т.В.
Математика для економістів:теорія ймовірностей і математична статистика. Розділ «Випадкові події» [Текст]: навчально-методичний посібник для студентів денної та заочної форм навчання / В.М. Серебреников, Т.В. Квітка; М-во освіти і науки України, Донец. нац. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського, каф. вищої мат. та інформ. систем. – Кривий Ріг: ДонНУЕТ, 2018. – 105 с.

Навчально-методичний посібник містить короткі теоретичні відомості з кожної теми, питання, що актуалізують знання, отримані під час лекцій, приклади розв’язування задач, задачі для самостійного розв’язування, які можна використати як завдання для контрольних робіт, 30 варіантів індивідуальних та тестових завдань. Рекомендується для використання у процесі навчання вищої математики при вивченні змістового модуля «Теорія ймовірностей і математична статистика».
Наведено список рекомендованої літератури.

УДК 591.21 (075.8)
ББК 22.17я 73

З М І С Т

ВСТУП

Навчально-методичний посібник пропонується для роботи на практичних заняттях та самостійної підготовки студентів до практичних занять, модульних контролей з навчальної дисципліни «Математика для економістів: теорія ймовірностей і математична статистика».

Передбачається, що самостійна робота з використанням розробленого навчально-методичного посібника допоможе якісно підготуватись до практичних занять та модульних контрольних робіт, розвиватиме вміння та навички самостійної роботи та самоосвітньої діяльності (планування організації самостійної роботи та самоконтролю навчальних досягнень), формуватиме культуру розумової праці, стимулюватиме до плідної реалізації стратегії Європейського союзу – «навчання протягом усього життя», що в сьогоденні постає необхідним підґрунтям творчої професійної діяльності, самореалізації особистості.

Наразі надається для самостійного опрацювання матеріал до практичних занять першого модуля («Теорія ймовірностей») відповідно до робочої програми навчальної дисципліни «Математика для економістів: теорія ймовірностей і математична статистика».

В результаті вивчення дисципліни студент повинен

знати:

- основні формули комбінаторики,
- поняття випадкової події, їх основні види,
- означення ймовірності та її властивості,
- елементи алгебри подій,
- теореми додавання і множення ймовірностей,
- формулу повної ймовірності, формулу Байєса,
- формулу Бернуллі,
- локальну і інтегральну теореми Муавра-Лапласа, формулу Пуассона,

вміти:

- обчислювати ймовірність випадкових подій з використанням означень і теорем,
- знаходити ймовірності складних подій,

мати навички:

– самостійної роботи при розширенні своїх математичних знань та освоєння довідкових систем.

Порядок поточного оцінювання знань студентів з дисципліни

Успішне виконання студентом завдань поточного контролю є обов'язковою умовою участі його в складанні екзамену. Об'єктом поточного контролю знань студента є :

- контроль систематичності та активності роботи протягом семестру протягом семестру над вивченням програмного матеріалу дисципліни,
- виконання завдань для самостійного опрацювання,
- контроль за виконанням типових розрахунків.

Результати виконаної роботи подаються студентами в окремому зошиті. Завдання з типових розрахунків виконуються студентом в позааудиторний час протягом вивчення дисципліни і здаються в указаний викладачем термін. До захисту типового розрахунку студент допускається при умові правильного виконання всіх завдань.

Навчально-методичний посібник буде корисним студентам усіх форм навчання при підготовці до аудиторних занять, у процесі самоосвіти та при підготовці до контрольних робіт та іспиту з навчальної дисципліни.

ЧАСТИНА 1.
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

1. Опис дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни
Обов'язкова / вибіркова дисципліна	Обов’язкова
Семестр	2
Кількість кредитів	5
Загальна кількість годин	150
Кількість модулів	1
Лекції, годин	30
Практичні/ семінарські, годин	45
Лабораторні, годин	
Самостійна робота, годин	75
Тижневих годин для денної форми навчання:	
аудиторних	5
самостійної роботи студента	5
Вид контролю	екзамен

2. Мета та завдання дисципліни

Мета - формування у майбутніх спеціалістів базових математичних знань для розв’язування задач у професійній діяльності, вмінь аналітичного мислення та математичного формулювання виробничих задач.

Завдання -надання студентам знань із основних розділів економіко-математичного моделювання: означень, теорем, правил; доведення основних теорем; вивчення закономірностей окремого випадкового явища та масових випадкових явищ, прогнозування їх характеристик; формування початкових умінь самостійно поглиблювати свої знання, розвивати логічне мислення; виробити вміння формулювати свої знання, розв’язувати прикладні задачі і будувати економіко-математичні моделі.

3. Структура дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин				
	денна форма				
	усього	у тому числі			
		л	п	лаб.	сам. робота
1	2	3	4	5	6
Змістовий модуль 1. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей. Випадкові величини.					
Тема 1. Елементи комбінаторного аналізу. Події та їх класифікація. Класичне та статистичне означення ймовірності.	10	2	3		5
Тема 2. Основні теореми теорії ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.	10	2	3		5
Тема 3. Повторні випробування.	10	2	3		5
Тема 4. Ряд розподілу дискретної випадкової величини.	10	2	3		5
Тема 5. Інтегральна та диференціальна функції розподілу та їх властивості.	10	2	3		5
Тема 6. Числові характеристики випадкових величин.	10	2	3		5
Тема 7. Основні закони розподілу випадкової величини. Закон великих чисел.	10	2	3		5
Разом за змістовим модулем 1	**70**	**14**	**21**		**35**
Змістовий модуль 2. Узагальнена лінійна модель регресії. Аналіз часових рядів і прогнозування					
Тема 8. Вибірковий метод і його складові частини	10	2	3		5
Тема 9. Характеристики рівня і варіації.	10	2	3		5
Тема 10. Побудова законів розподілу за статистичними даними.	10	2	3		5
Тема 11. Критерії згоди.	10	2	3		5
Тема 12. Види залежностей між випадковими величинами. Параметри рівняння лінійної регресії за незгрупованими даними.	10	2	3		5
Тема 13. Коефіцієнт кореляції.	10	2	3		5
Тема 14. Знаходження параметрів рівняння лінійної регресії за згрупованими даними	10	2	3		5
Тема 15. Нелінійна регресія. Кореляційне відношення. Поняття про багатофакторну лінійну регресію.	10	2	3		5
Разом за змістовим модулем 2	**80**	**16**	**24**		**40**
Усього годин	**150**	**30**	**45**		**75**

4. Теми семінарських/практичних/лабораторних занять

№ з/п	Вид та тема практичного заняття	Кількість годин
1	Елементи комбінаторного аналізу. Події та їх класифікація. Класичне та статистичне означення ймо-вірності.	3
2	Основні теореми теорії ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.	3
3	Повторні випробування.	3
4	Ряд розподілу дискретної випадкової величини.	3
5	Інтегральна та диференціальна функції розподілу та їх властивості.	3
6	Числові характеристики випадкових величин.	3
7	Основні закони розподілу випадкової величини. Закон великих чисел.	3
8	Вибірковий метод і його складові частини.	3
9	Характеристики рівня і варіації.	3
10	Побудова законів розподілу за статистичними даними	3
11	Критерії згоди.	3
12	Види залежностей між випадковими величинами. Параметри рівняння лінійної регресії за незгрупо-ваними даними.	3
13	Коефіцієнт кореляції.	3
14	Знаходження параметрів рівняння лінійної регресії за згрупованими даними	3
15	Нелінійна регресія. Кореляційне відношення. Поняття про багатофакторну лінійну регресію.	3

5. Індивідуальні завдання

1. Огляд періодичної і монографічної наукової літератури.
2. Підготовка рефератів, доповідей за обраною темою.
3. Підготовка тез доповідей з метою виступу на університетських всеукраїнських та міжнародних семінарах та конференціях.

6. Обсяги, зміст та засоби діагностики самостійної роботи

Вид та тема семінарських занять	Кількість годин самост ій-ної роботи	Зміст самостійної роботи	Засоби діагностики
1	2	3	4
Змістовий модуль 1..			
Елементи комбінаторного аналізу. Події та їх класифікація. Класичне та статистичне означення ймовірності.	12	Складання конспекту з використанням навчального посібника та джерел Internet, робота з пошуковими системами Інтернет.	Рукопис
Основні теореми теорії ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.	12	Підготовка додаткового матеріалу до лекції відповідно до заданого плану; аналіз фактів, викладених у друкованих джерелах інформації, з метою підготовки відповідей на запитання, які було поставлено під час аудиторних навчальних занять	ІЗС
Повторні випробування.	12	1. Підготовка додаткового матеріалу до лекції відповідно до заданого плану; аналіз фактів, викладених у друкованих джерелах інформації, з метою підготовки відповідей на запитання, які було поставлено під час аудиторних навчальних занять 2. Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт..	Електронний звіт . ІЗС
Ряд розподілу дискретної випадкової величини.	10	1. Складання конспекту з використанням навчального посібника та джерел Internet, робота з пошуковими системами Інтернет 2. Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт..	Рукопис ІЗС
Інтегральна та диференціальна функції розподілу та їх властивості.	13	Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт..	ІЗС
Числові характеристики випадкових величин.	10	Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт.	ІЗС
Основні закони розподілу випадкової величини. Закон великих чисел.	11	Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт.	ІЗС
Змістовий модуль 2.			
Вибірковий метод і його складові	11	Складання конспекту з використанням навчального посібника та джерел Internet, робота з пошуковими	Рукопис

1	2	3	4
частини.		системами Інтернет.	
Характеристики рівня і варіації.		Підготовка додаткового матеріалу до лекції відповідно до заданого плану; аналіз фактів, викладених у друкованих джерелах інформації, з метою підготовки відповідей на запитання, які було поставлено під час аудиторних навчальних занять	Електронний звіт
Побудова законів розподілу за статистичними даними		Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт.	ІЗС
Критерії згоди.		Підготовка додаткового матеріалу до лекції відповідно до заданого плану; аналіз фактів, викладених у друкованих джерелах інформації, з метою підготовки відповідей на запитання, які було поставлено під час аудиторних навчальних занять	Електронний звіт
Види залежностей між випадковими величинами. Параметри рівняння лінійної регресії за незгрупо-ваними даними.		Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт.	ІЗС
Коефіцієнт кореляції.		Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт.	ІЗС
Знаходження параметрів рівняння лінійної регресії за згрупованими даними		Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт.	ІЗС
Нелінійна регресія. Кореляційне відношення. Поняття про багатофакторну лінійну регресію.		Виконання домашніх робіт; виконання вправ; підготовка до захисту індивідуальних робіт.	ІЗС

7. **Результати навчання**

1	Аналізувати та формулювати постановку задачі з використанням математичних та статистичних методів.
2	Використовувати у практичній діяльності набутих знань щодо застосування математичних і статистичних методів для дослідження професійних задач
3	Самостійно працювати з навчально-методичною літературою і використовувати необхідні програмні продукти для аналізу і розв’язування професійних задач.
4	Аналізувати, виділяти головне, проводити оцінки, робити висновки, обґрунтовувати висновки.
5	Виробляти алгоритми.

8. Форми навчання

Лекції, практичні заняття, самостійна робота (підготовка додаткового матеріалу до лекції, робота з пошуковими системами Інтернет, складання конспекту з використанням навчального посібника, виконання вправ, самостійно опрацювання додаткових питань за наведеним переліком літератури).

9. Методи оцінювання

Екзамен.

10. Розподіл балів, які отримують студенти

Відповідно до системи оцінювання знань студентів ДонНУЕТ, рівень сформованності компетентностей студента оцінюються у випадку проведення екзамену: на протязі семестру (50 балів) та при проведені підсумкового контролю - екзамену (50 балів).

Оцінювання студентів протягом семестру

№ семінарського заняття	Вид роботи/бали					
	Тестові завдання, письмові опитування	Задачі, завдання, кейси, тощо	Обговорення теоретичних питань теми	Індиві-дуальне завдання	ПМК	Сума балів
Змістовий модуль 1						
Тема 1	1				1	2
Тема 2	1				1	2
Тема 3	1		1	2	1	5
Тема 4	1		1	2	1	5
Тема 5	1			2	1	4
Тема 6	1			2	1	4
Тема 7				2	1	3
Разом змістовий модуль1	6		2	10	7	**25**
Змістовий модуль 2						
Тема 8	1			1	1	2
Тема 9			1	1	1	2
Тема 10	1			1	1	5
Тема 11			1	1	1	5
Тема 12	1			1	1	5
Тема 13			1	1	1	3

Тема 14	1			1	1	3
Тема 15	1		1	1	1	
Разом змістовий модуль 2	5		4	8	8	**25**
Разом	11		6	18	15	**50**

Оцінювання студентів при проведенні екзамену з використанням комп'ютерної програми "TestXPro"

Оцінка на підсумковому контролі складається з оцінки за виконання тестових завдань: 50 завдань, кожне з яких оцінюється в один бал.

Загальне оцінювання екзамену є сумою балів, які набрали студенти під час тестування.

Загальне оцінювання результатів вивчення дисципліни

Для виставлення підсумкової оцінки визначається сума балів, отриманих за результатами екзамену та за результатами складання змістових модулів. Оцінювання здійснюється за допомогою шкали оцінювання загальних результатів вивчення дисципліни (модулю).

Оцінка		
100-бальна шкала	**Шкала ECTS**	**Національна шкала**
90-100	A	5, «відмінно»
80-89	B	4, «добре»
75-79	C	
70-74	D	3, «задовільно»
60-69	E	
59-30	FX	2, «незадовільно»
0-29	F	

11. Методичне забезпечення

1. Навчальний посібник.
2. Електронний конспект лекцій.
3. Методичні вказівки з вивчення дисципліни.
4. Комплекти індивідуальних завдань.
5. Навчальна та наукова література, нормативні документи.

12. Література

Основна

1. Васильченко І.П. Вища математика для економістів: підручник / І.П.Васильченко – К.: Знання-Прес, 2002. – 454 с.
2. Высшая математика для экономистов: учебник. для студ. вузов, обучающихся по экон. спец. / Н.Ш. Кремер и др.; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2006. – 479 с.
3. Барковський В.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.посібник / В.В. Барковський, Н.В. Барковська, О.К. Лопатін. – 5-те вид. – К.:Центр учбової літератури, 2010. – 424 с.
8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособ. для студ. вузов / В.Е. Гмурман. – изд. 7-е., доп. – М.: Высш. шк., 2006. – 405 с.
9. Красс М.С. Математика в экономике. Математические методы и модели: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупринов. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 544 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е.Гмурман. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 479 с.
3. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв’язування задач: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Г І. Кармелюк. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 576 с.
4. Щетініна О.К. Математика для економістів: теорія ймовірностей та математична статистика: рекоменд. М-вом освіти і науки, молоді та спортуУкраїни як навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.К. Щетініна. − Донецьк: ДонНУЕТ, 2011. − 441 с.
5. Пушак Я.С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики: навч. посіб. / Я.С. Пушак, Б.Л. Лозовий. – 2-е вид., перероб. і допов. – Л.: Магнолія 2006, 2007. – 276 с.

6. Рабик В.М. Основи теорії ймовірностей: навч. посіб. / В.М. Рабик. – Л.: Магнолія 2006, 2007. – 176 с.

Допоміжна

7. Бугір М.К. Посібник з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. / М.К. Бугір. – Т.: Підручники і посібники, 1998. – 176 с.
8. Горелова Г.В. Теория вероятностей и математическая статистика. В примерах и задачах с применением Excel / Г.В. Горелова, И.А. Кацко. – Ростов н/Д: Феникс, 2002. – 400 с.
9. Соколенко О.І. Вища математика: в прикладах і задачах / О.І. Соколенко. – К.: Либідь, 2001. – 248 с.
10. Турчин В.М. Математична статистика / В.М. Турчин. – К.: Академія, 1999. –540 с
11. Шипачев В.С. Высшая математика: рекоменд. М-вом образования и науки РФ учебник для студ. высш. учеб. завед. / В.С. Шипачев; М-во образования и науки РФ. – М.: Высш. шк., 2010. – 479 с.

Інформаційні ресурси

12. Вища освіта України і Болонський процес / Навчальна програма. – Київ - Тернопіль: ТДПУ ім. В. Гнатюка, 2004. – 18 с.
13. ІСУЯ 7.5.1 – 03.01/УН «Загальні вимоги до організації процесу проведення навчальних занять
14. ІСУЯ 7.5.1 – 03.02/УН «Загальні вимоги до організації методичного забезпечення виконання індивідуальних завдань з дисциплін».
15. ІСУЯ 7.5.1 – 03.03/УН «Загальні вимоги до організації виконання індивідуальних завдань».
16. ІСУЯ 7.5.1 – 03.04/УН «Загальні вимоги до організації СРС»
17. ІСУЯ 7.5.1 – 03.05/УН «Загальні вимоги до організації НДРС»
18. ІСУЯ 7.5.1 – 03.07/УН «Загальні вимоги до організації поточного контролю»

19. ІСУЯ 7.5.1 – 03.08/УН «Загальні вимоги до організації підсумкового котролю»
20. ІСУЯ 7.5.1 – 03.09/УН «Критерії забезпеченості дисциплін навчально-методичною літературою».
21. ІСУЯ 7.5.1 – 03.10/УН «Загальні вимоги до видання навчально-методичної літератури»

ЧАСТИНА 2.

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ З ПІДГОТОВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Тема 1. Елементи комбінаторики.

Контрольні питання:

1. Що називається розміщенням з n елементів по m ?
2. Що називається перестановкою з n елементів ?
3. Що називається комбінацією з n елементів по m ?
4. Чим відрізняється розміщення від комбінації ?
5. Сформулюйте правило добутку та суми.

Означення 1. Різні підмножини, що утворені із яких-небудь елементів і відрізняються одна від одної або самими елементами, або порядком їх розташування, називаються **сполуками.**

Серед сполук розрізняють основні види: **перестановки, розміщення, комбінації.**

Область математики, у якій вивчається питання про кількість різних сполук, які підпорядковані тим чи іншим умовам, і які можна скласти із заданих елементів, називається **комбінаторикою.**

Означення 2. **Розміщеннями** із $\boldsymbol{n}$ елементів по $\boldsymbol{m}$ називаються такі сполуки, які містять по $\boldsymbol{m}$ елементів, взятих із даних $\boldsymbol{n}$ елементів, і які відрізняються одна від одної або елементами, або порядком елементів.

Число розміщень позначається A_n^m .

Число всіх можливих розміщень із n елементів по m дорівнює добутку m послідовних натуральних чисел, з яких найбільшим є n , тобто

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\ldots(n-(m-1)).$$

Означення 3. **Перестановками** називаються розміщення із n елементів по n і позначаються P_n.
Згідно з означенням

$$P_n = A_n^n = n(n-1)(n-2)\ldots(n-(n-1)) = n(n-1)(n-2)\ldots 1,$$

або

$$P_n = n!$$

Означення 4. **Комбінаціями** із n елементів по m (позначається C_n^m) називаються ті розміщення із n елементів по m, які відрізняються хоча б одним елементом.

Число комбінацій обчислюється за формулою

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-(m-1))}{1\cdot 2\cdot 3\ldots\cdot m},$$

або

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\cdot(m-n)!}.$$

Правило множення: якщо з деякої скінченої множини перший об'єкт x можна обрати n_1 способами і після кожного такого вибору другий об'єкт y можна обрати n_2 способами, то обидва об'єкти (x і y) в обумовленому порядку можна обрати $n_1 \cdot n_2$ способами.

Правило додавання: якщо з деякої скінченої множини об'єкт x можна обрати n_1 способами, а об'єкт y можна обрати n_2 способами, причому перші і другі способи не перетинаються, то будь-який з об'єктів (x або y) можна обрати $n_1 + n_2$ способами.

Приклад 1. Студенти групи вивчають 9 навчальних дисциплін по 3 пари щоденно. Скількома способами можна розподілити пари на день ?

Розв'язання. Усі можливі способи розподілу пар на день являють собою, очевидно, всі можливі розміщення із 9 елементів по 3, тому їх кількість дорівнює

$$A_9^3 = 9\cdot 8\cdot 7 = 504 .$$

Приклад 2. Скільки п'ятизначних телефонних номерів, можна скласти використовуючи цифри 3, 4, 5, 6, 7 (без повторень)?

Розв'язання. Оскільки кожний номер телефону складається з п'яти цифр і за умовою використовуються тільки названі 5 цифр, то такі номери будуть відрізнятися тільки порядком цифр, тобто це будуть перестановки, і їх кількість дорівнює:

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 \; .$$

Приклад 3. Скількома різними способами можна заповнити картку спортлото, в якій із 49 чисел необхідно вибрати 6 ?

Розв'язання. Дві заповнені картки вважаються різними, якщо серед вибраних 6 чисел вони відрізняються хоча б одним числом, тобто це будуть комбінації, а їх кількість дорівнює:

$$C_{49}^{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 13\ 983\ 816 \; .$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. У розкладі на один день з 11 дисциплін повинно бути 5 уроків. Знайти кількість всіх можливих розкладів на день, якщо враховується порядок розміщення дисциплін.

2. Скількома способами можна вибрати 3 чергових в групі з 20 чоловік ?

3. До складу комісії входять 7 чоловік. Необхідно обрати правління комісії, в яке входять голова, його замісник і секретар. Скількома способами можна обрати правління комісії ?

4. Скільки 3-х значних чисел можна скласти з цифр 1,3,5, якщо: а) цифри не повторюються ?

5. У вазі стоять 10 червоних і 4 рожевих гвоздики. Скількома способами можна вибрати букет із 3 квіток ?

6. Скількома способами 10 чоловік можуть стати в черзі один за одним ?

7. Скільки повних різних обідів можна скласти, якщо в меню є 3 перших блюда, 4 других і 2 третіх ?

8. Скільки можна скласти різних сполук із п’яти, які не повторюються, букв (“слів”), що входять до складу слова “подія” ?

9. В електричній мережі 6 перемикачів. Кожний з перемикачів може бути включеним або виключеним. Скільки існує різних положень, в яких можуть бути всі перемикачі ?

10. Скільки чотиризначних чисел можна утворити із непарних цифр, якщо кожна з них може повторюватись ?

11. Скільки різних “слів”, кожне з яких складається із 7 літер, можна скласти із літер слова “колобок” ?

12. Групу з 20 студентів потрібно розділити на 3 бригади, причому в першу бригаду повинно входити 3 чоловіка, в другу – 5, а у третю – 12. Скількома способами це можна зробити ?

13. Для участі в команді тренер відбирає 5 гравців із 10. Скількома способами він може сформувати команду, якщо 2 із гравців повинні обов’язково входити в команду ?

Тема 2. Основні поняття теорії ймовірностей. Події, їх класифікація. Класичне, статистичне та геометричне означення ймовірності

Контрольні питання:

1. Що називається випробуванням ?
2. Що називається подією ?
3. Класифікація подій.
4. Класичне означення ймовірності.
5. Геометричне означення ймовірності.
6. Статистичне означення ймовірності.
7. Зв'язок між відносною частотою і ймовірністю.

Багато явищ у природі або діяльності людей дослідники вивчають за допомогою спостережень або проведенням **дослідів**, **випробувань**. Для проведення випробування необхідно створити певний **комплекс умов**.

Результат випробування називають **подією**.

Події, які вивчаються у теорії ймовірностей, прийнято позначати великими буквами A, B, C, ..., і ділять їх на три види:

достовірні, **неможливі** і **випадкові**.

Достовірною називають подію, яка обов'язково відбувається при здійсненні певного комплексу умов. Позначається Ω .

Неможливою називають подію, яка при заданому комплексі умов не може відбутися. Позначається $\varnothing$.

Випадковими називаються події, які при заданому комплексі умов можуть відбуватися, або не відбуватися.

Можливість появи випадкових подій характеризується числом, яке називають **ймовірністю події**.

Випадкові події називаються **несумісними**, якщо вони не можуть відбуватися одночасно.

Випадкові події скінченної множини утворюють **повну групу** попарно несумісних подій, якщо при кожному випробуванні з'являється одна і тільки одна з цих подій.

Події називаються **рівноможливими**, якщо умови досліду забезпечують однакову можливість появи кожної з них.

Рівноможливі і єдиноможливі випадкові події називаються випадками.

Ті випадки, в результаті яких випадкова подія A з'являється, називаються **сприятливими цій події випадками**.

Означення (класичне). **Ймовірністю події** A називають число, яке дорівнює відношенню число m сприятливих цій події випадків, до загального числа всіх можливих випадків n , тобто

$$P(A)=\frac{m}{n}.$$

Властивості ймовірностей.

Властивість 1. Ймовірність достовірної події дорівнює одиниці:

$$P(\Omega)=1$$

Властивість 2. Ймовірність неможливої події дорівнює нулю:

$$P(\varnothing)=0$$

Властивість 3. Ймовірність випадкової події є додатне число:

$$0<P(A)<1.$$

Отже, ймовірність всякої події задовольняє нерівність:

$$0\le P(A)\le 1.$$

Розвязання задач на класичне означення ймовірності.

Приклад 1. Навмання підкидаються дві монети. Знайти ймовірності таких подій:

1) **A** – на обох монетах випали герби;

2) **B** – на одній з монет випав герб, а на іншій – число;

3) **C** – на обох монетах випали числа;

4) **D** – принаймні один раз з'явився герб.

Розв'язання. Тут маємо справу з чотирма подіями **A, B, C, D**. Встановимо, які випадки сприяють кожній з них. Події **A** сприяє один випадок, це коли на обох монетах випадають герби (скорочено ГГ). Щоб розібратися з подією **B**, уявімо, що одна монета срібна, а друга – мідна.

При підкиданні монет можуть бути випадки: 1)на срібній – герб, на мідній – число (позначимо це B_1 - ГЧ); 2)на срібній – число, на мідній – герб (B_2 - ЧГ). Отже, події **B** сприяють випадки B_1 і B_2. Події **C** сприяє один випадок: на обох монетах випали числа – ЧЧ.

Таким чином, події **A**, B_1, B_2, **C** або (ГГ, ГЧ, ЧГ, ЧЧ) утворюють повну групу подій, всі ці події несумісні, бо в результаті підкидання відбувається тільки одна з них. Крім того, для симетричних монет всі чотири події рівноможливі, тому їх можна вважати випадками. Всіх можливих випадків – чотири $(n = 4)$. Події **А** – сприяє тільки один випадок, тому її ймовірність дорівнює

$$P(A) = \frac{1}{4}.$$

Події ***B*** сприяють два випадки ($m = 2$), тому

$$P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Ймовірність події **С** така ж, як і для **А,**

$$P(C) = \frac{1}{4}.$$

Події ***D*** сприяють три випадки: ГГ, ГЧ, ЧГ ($m = 3$), тому

$$P(D) = \frac{3}{4}.$$

Приклад 2. Слово „АГАВА” розрізали на букви, перемішали і ці букви виклали навмання в ряд. Яка ймовірність знову отримати це слово?

Розв’язання. Випробування полягає в отриманні навмання деякого слова із 5 букв. Нас цікавить подія **С**, яка полягає в тому, що отримане слово „АГАВА”. Для встановлення рівноможливих подій перенумеруємо карточки з буквами, які повторюються $А_1, А_2, А_3, Г, В$. Тепер в результаті випробування слова із нумерованих букв, тобто події $А_1ГА_2ВА_3$ і $А_2ГА_3ВА_1$, - різні, хоча в одному і іншому випадку отримано слово „АГАВА”. Кількість всіх можливих „слів” (випадків) дорівнює числу перестановок із 5 букв, $n = 5! = 120$.

Підрахуємо число сприятливих для події **С** випадків. Випадки ці залежать від перестановки місцями букв $А_1, А_2, А_3$ у слові „АГАВА”. Кількість таких перестановок відносно $А_1, А_2, А_3$ дорівнює $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ за умови, що букви Г і В знаходяться відповідно на ІІ-му і ІV-му місцях. Отже, сприятливих випадків 6, тому

$$P(C) = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}.$$

Приклад 3. В ящику 100 деталей, з них 10 бракованих. Навмання вибрані 4 деталі. Яка ймовірність, що серед вибраних деталей відсутні браковані ?

Розв'язання. Кожний набір по 4 деталі може відрізнятись від інших хоча б однією деталлю, це будуть комбінації. Поява кожної з комбінацій – це подія. А оскільки ці події рівноможливі, то вони є випадками. Число всіх можливих випадків $n = C_{100}^{4}$.

Сприятливими будуть ті випадки, коли у набір із 4-х деталей попадають всі придатні деталі. Це теж будуть комбінації по 4 деталі із 100 – 10 = 90 пригодних, тобто

$$m = C_{90}^{4}.$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = C_{90}^{4} : C_{100}^{4} = \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 4!}{4! \cdot 100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97} \approx 0{,}65.$$

Класичне означення ймовірності оправдано тоді, коли є можливість знайти ймовірність на основі симетрії тих умов, при яких відбувається випробування, а, значить, і симетрії наслідків випробування, що дає підставу говорити про рівноможливість і єдиноможливість подій, тобто про випадки.

На прикладах випробувань, які пов'язані з рівноможливістю подій, почали спостерігатись статистичні закономірності. Це відкрило шлях для **статистичного** підходу до чисельного означення ймовірності. Статистичний підхід стає особливо важливим тоді, коли з теоретичних міркувань, подібних до міркувань симетрії, значення ймовірності події наперед встановити неможливо. Однак, вихід можливий, якщо багатократно повторювати вибірки (при однакових умовах) і прослідкувати за значеннями відносних частот події, тобто скористатись статистичними методами.

Означення. **Відносною частотою** випадкової події називається число, яке дорівнює відношенню числа випробувань m, в яких ця подія з'явилась, до загального числа n, проведених випробувань, і позначається

$$W(A) = \frac{m}{n}.$$

Треба підкреслити, що згідно класичного означення ймовірність події можна обчислити теоретично **до проведення випробувань (апріорно)**, в той час як відносну частоту знаходять **після проведення випробувань (апостеріорно).**

Між відносною частотою і ймовірністю події A є певний зв'язок: якщо якимось чином установлено, що ймовірність випадкової події дорівнює числу P ($P(A) = P$), то при великих серіях випробувань і незмінних умовах частота події A приблизно дорівнює ймовірності, тобто

$$W(A) \approx \mathrm{P}(A).$$

Таким чином має місце статистична стійкість,яка полягає в тому, що при багатократних випробовуваннях, відносна частота, мало змінюючись, коливається навколо деякого числа, яке є ймовірністю події. Згідно статистичного означення за ймовірність події приймається відносна частота або число близьке до неї.

Вище розглядались випробування із скінченною множиною наслідків. Однак не всяка реальна задача може бути зведена до цієї схеми, оскільки часто зустрічаються випробування, у яких множина наслідків нескінченна. При розв'язуванні деяких із подібних задач зручно застосовувати геометричну модель. Нехай дано відрізок довжиною L. Наугад кидається точка на цей відрізок. Нехай подія A полягає в тому, що випадково кинута точка попала, наприклад, на відрізок довжиною l, який належить даному відрізку. Тоді ймовірність випадкового попадання точки на відрізок довжиною l, який міститься на відрізку довжиною L $(l \le L)$ дорівнює

$$P(A) = \frac{l}{L}.$$

Викладений підхід можна узагальнити для плоских фігур, коли точка кидається наугад на фігуру D. Подія A полягає в тому, щоб точка попала на фігуру d, ($d \subseteq D$). Тоді ймовірність події A обчислюється по формулі

$$P(A) = \frac{s}{S},$$

де S – площа фігури D, s – площа фігури d $(d \subseteq D)$.

Розвязання задач на геометричне означення ймовірності.

Приклад. Двоє друзів домовились зустрітись. Зустріч домовились провести протягом години з 10 до 11. Таким чином, що перший, хто приходить до місця зустрічі, жде 10 хвилин (але не пізніше 11) і уходе. Знайти ймовірність зустрічі.

Розв'язання. Нехай x - час приходу першого друга на місце зустрічі, y - час приходу другого друга на місце зустрічі. Зустріч відбувається за умови, що $|x - y| \le 10$, або

$$\begin{cases} y \le x + 10, \\ y \ge x - 10. \end{cases}$$

Площа квадрата зі стороною 60 хвилин $S = 3600$. Площа фігури, де відбувається зустріч $s = 3600 - (60 - 10)^2$. Тому ймовірність зустрічі (подія A)

$$P(A) = \frac{s}{S} = \frac{3600 - (60 - 10)^2}{3600} = 1 - \left(1 - \frac{10}{60}\right)^2 \approx 0{,}31 .$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. Записані числа від 1 до 30 включно. Яка ймовірність того, що навмання (наугад) взяте число є дільником числа 30 ?

2. Яка ймовірність того, що число на вибраному навмання (наугад) листку календаря: а) кратне 5; б) дорівнює 29, якщо в році 365 днів ?

3. Яка ймовірність того, що картка навмання вийнята із повного набору карток доміно, має суму очок, що дорівнює 5 ?

4. Монета підкидається 3 рази підряд. Знайти ймовірності подій:

а) випаде точно 2 герба;

б) результати всіх підкидань однакові;

в) число випадання герба більше ніж число випадання цифри.

5. Із урни, в якій 5 білих і 6 чорних куль, виймають одну за одною всі кулі, крім одної. Знайти ймовірність, що останньою залишилась біла куля.

6. Підкидаються одночасно два гральні кубики. Знайти ймовірність того, що:

а) сума очок, що випали, дорівнює 8;

б) добуток очок дорівнює 8;

в) сума очок, що випали, більша їх добутку.

7. В урні містяться 6 білих, 2 чорних і 5 червоних куль. З урни виймаються по одній кулі і записуються їх кольори. Знайти ймовірність того, що в цьому списку білий колір з'явиться раніше чорного ?

8. У коробці 4 червоних і 6 зелених олівців. Із коробки випало 3 олівці. Знайти ймовірність того, що 2 із них червоні.

9. Із 60 екзаменаційних питань студент підготовив 50. Яка ймовірність того, що із 3-х питань він знає 2 ?

10. Яка ймовірність того, що при випадковому розміщенні кубиків у ряд, на гранях яких написано по одній із букв а,г,и,л,м,о,р,т, вийде слово „алгоритм" ?

11. Із колоди карт (52 карти) наугад витягають 3 карти. Яка ймовірність того, що будуть витягнуті трійка, сімка і туз ?

12. Серед 50 деталей три нестандартні. Знайти ймовірність того, що із двох взятих наугад деталей, обидві будуть нестандартними. Розглянути два випадки:

а) деталь після встановлення її якості повертається знову;

б) деталь після перевірки не повертається назад.

13. Абонент чекає телефонного повідомлення з 2-х до 3-х годин. Знайти ймовірність того, що повідомлення поступить з 2 годин 30 хв до 2 год 40 хв.

14. У круг радіуса R вписано правильний трикутник. Яка ймовірність того, що навмання вибрана точка круга буде внутрі трикутника ?

15. У 25 сантиметрах від центра кулі, радіус якої 15 см, знаходиться точкове джерело світла. Яка ймовірність того, що наугад взята точка на поверхні кулі буде освічена ?

16. Стержень довжиною a розбитий на 3 частини. Знайти ймовірність того, що довжина кожної частини буде більшою ніж $a/4$?

17. Диск, який швидко обертається, розділений на парне число рівних секторів, які почергово закрашені у білий або чорний кольори. По диску зробили вистріл. Знайти ймовірність того, що куля попаде в один з білих секторів. Припускається, що ймовірність попадання кулі у плоску фігуру пропорціональна площі цієї фігури.

Тема 3. Теореми додавання і множення ймовірностей. Ймовірність появи хоча б однієї події

Контрольні питання:

1. Які події називаються несумісними ?
2. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій.
3. Які події називаються незалежними ?
4. Теорема множення ймовірностей незалежних подій.
5. Повна група подій. Протилежні події.
6. Як знаходиться ймовірність появи хоча б однієї події ?

Теорема. **Ймовірність суми несумісних подій A і B дорівнює сумі ймовірностей появи кожної з них, тобто**

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

Означення . Подія *A* називається незалежною від події *B*, якщо ймовірність події А не залежить від того, з'явилась чи не з'явилась подія В.

Теорема. **Ймовірність одночасної появи двох незалежних подій A і B дорівнює добутку ймовірностей появи кожної з них**

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B).$$

Ймовірність появи хоча б однієї події.

***Теорема*. Ймовірність появи хоча б однієї з подій $A_1, A_2, \ldots, A_n$, незалежних у сукупності, дорівнює**

$$P(A) = 1 - (1 - P(A_1)) \cdot (1 - P(A_2)) \cdot \ldots \cdot (1 - P(A_n)) .$$

Розв'язання задач

Приклад 1. В ящику 15 однотипних деталей, 5 із них пофарбовані в синій колір, 7 – в зелений, і 3 деталі непофарбовані. Знайти ймовірність того, що навмання взята деталь пофарбована.

Розв'язання. Розглянемо можливі події. Подія A = { деталь синього кольору}, B ={ деталь зеленого кольору}, і C = {деталь непофарбована}. Поява пофарбованої деталі означає або появу події A, або події B. Ймовірність цих подій дорівнює відповідно

$$P(A) = \frac{5}{15},\ P(B) = \frac{7}{15},$$

тоді

$$P(A + B) = \frac{5}{15} + \frac{7}{15} = \frac{12}{15}.$$

Приклад 2. Три студенти одночасно здають екзамен. Ймовірність здачі екзамену на "5" першим студентом – 0,8, другим – 0,5, третім – 0,3. Знайти ймовірність того що всі три студенти здадуть екзамен на "5".

Розв'язання. Нехай подія A ={здача екзамену на "5" усіма студентами }, A_1 = {здача екзамену на "5" першим студентом } , A_2 ={ здача екзамену на "5" другим студентом } і A_3 ={ здача екзамену на "5" третім студентом }. Події A_1, A_2 і A_3 - незалежні і $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$. Отже,

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}12 .$$

Приклад 3. В електричне коло паралельно увімкнено 3 електроприлади. Ймовірність безвідмовної роботи кожного з електроприладів дорівнює: $0{,}9$, $0{,}8$,

$0{,}7$. Електричне коло замкнене, якщо безвідмовно працює хоча б один з приладів. Знайти ймовірність замкненості електричного кола.

Розв'язання. Нехай подія $A =$ {замкненість електричного кола},
$A_k =$ { безвідмовна робота $k -$ ого електроприладу},($k = 1,2,3$). За умовою задачі $P(A_1) = 0{,}9;\ P(A_2) = 0{,}8;\ P(A_3) = 0{,}7$. Тоді

$$P(A) = 1 - (1 - P(A_1))(1 - P(A_2))(1 - P(A_3)),$$

$$P(A) = 1 - (1 - 0{,}9)(1 - 0{,}8)(1 - 0{,}7),$$

$$P(A) = 1 - 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 1 - 0{,}006 = 0{,}994.$$

Задачі на теорему додавання ймовірностей несумісних подій

1. У грошово-речовій лотереї на кожні 10000 білетів розігрується 150 речових і 50 грошових виграшів. Знайти ймовірність виграшу (байдуже речового чи грошового) для власника одного лотерейного білета.

2. Ймовірність того, що стрілець при одному вистрілі виб'є 10 очок, дорівнює 0,1 ; ймовірність вибити 9 очок дорівнює 0,3 ; ймовірність вибити 8 або менше очок дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що при одному вистрілі стрілець виб'є не менше 9 очок.

3. Учасники жеребкування виймають із скриньки жетони з номерами від 1 до 100. Знайти ймовірність того, що номер першого, навмання взятого жетона, не містить цифри 5.

За статистичними даними ремонтної майстерні у середньому на 20 зупинок токарного станка приходиться: 10 – для заміни різця, 3 – із-за несправностей приводу, 2 – із-за несвоєчасної подачі заготовок. Решта зупинок припадають на інші причини. Знайти ймовірність зупинки станка за іншими причинами.

Задачі на теорему множення незалежних подій

1. У бібліотечку входять 10 різних книг, причому 5 книг вартістю по 20 грн кожна, три книги – по 10 грн і дві книги по 12 грн. Знайти ймовірність того, що взяті наугад дві книги коштують 30 грн.

2. Ймовірність того, що стрілець за одним вистрілом влучить у мішень, дорівнює $p = 0,9$. Знайти ймовірність того, що всі 3 вистріли дали влучення.

3. У двох ящиках знаходяться деталі: у першому – 10 (з них 3 стандартні), у другому – 15 (із них 6 стандартних). З кожного ящика навмання виймають по одній деталі. Знайти ймовірність того, що обидві деталі будуть стандартними.

4. Підкинута монета і гральний кубик. Знайти ймовірність суміщення подій "випав герб" і "випало 6 очок"

Задачі на ймовірність хоча б однієї події

1. Учасники жеребкування тягнуть із ящика жетони з номерами від 1 до 100. Знайти ймовірність того, що номер першого, навмання взятого жетона не містить цифру 5.

2. У партії із 10 деталей 8 стандартних. Знайти ймовірність того, що серед 2 навмання вийнятих деталей хоча б одна стандартна.

3. У студії 3 телевізійні камери. Для кожної камери ймовірність того, що вона включена в даний момент, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність, що у даний момент включена хоча б одна камера (подія A).

4. Чому дорівнює ймовірність того, що при підкиданні трьох гральних кубиків 6 очок з'явиться хоча б на одному з кубиків. (подія A).

5. Два стрільці зробили по одному вистрілу. Ймовірність попадання у мішень І-го стрільцем - $0,7$, а другим - $0,6$. Знайти ймовірність того, що хоча б один із стрільців попав у мішень.

6. У наладчика 16 деталей, які виготовлені заводом №1, і 4 деталей, які виготовлені заводом №2. Навмання вибираються 2 деталі. Знайти ймовірність, що хоча б одна з них виготовлена заводом №1.

Тема 4. Залежні, незалежні події. Умовна ймовірність. Ймовірність добутку незалежних та залежних подій. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

Контрольні питання:

1. Які події називаються залежними ?
2. Що називається умовною ймовірністю ?
3. Теорема множення ймовірностей залежних подій.
4. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій.
5. Формула повної ймовірності.
6. Формула Байєса.

Теорема множення ймовірностей залежних подій.

Теорема. **Ймовірність одночасної появи двох залежних подій A і B дорівнює добутку ймовірності появи однієї із них A на умовну ймовірність другої B, знайдену за умови, що перша подія A вже відбулася, тобто**

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A).$$

Теорема додавання ймовірностей сумісних подій.

Теорема. **Ймовірність суми двох сумісних подій A і B дорівнює сумі ймовірностей цих подій без ймовірності їх добутку, тобто**

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Формула повної ймовірності.

Теорема. **Ймовірність події A, яка може відбутися лише за умови появи однієї із гіпотез $H_1, H_2, ..., H_n$, обчислюється за формулою:**

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2) + ... + P(H_n) \cdot P(A/H_n).$$

Формула Байєса.

Нехай подія A може наступити за умови появи однієї із гіпотез $H_1, H_2, ..., H_n$. Припустимо, що подія A вже відбулася. Тоді умовна ймовірність $P(H_k / A)$ здійснення гіпотези H_k знаходиться по формулі Байєса

$$P(H_k / A) = \frac{P(H_k)\cdot P(A / H_k)}{P(A)},$$

де $P(A) = P(H_1)\cdot P(A/H_1) + P(H_2)\cdot P(A/H_2) + \ldots + P(H_n)\cdot P(A/H_n)$.

Розв'язання задач

Приклад 1. Є набір із 5-ти карточок, серед них дві з буквами **а** і по одній з буквами **к, р** і **т**. Знайти ймовірність того, що при випадковому виборі по одній букві можна буде викласти слово “карат”

Розв'язання. Спочатку вибираємо букву **к**, вона одна із п'яти карточок $P(k) = \frac{1}{5}$, потім з решти чотирьох карточок вибираємо букву **а** (їх дві), за умови, що буква **к** вже вибрана, тобто

$$P(ка) = P(к)\cdot P_k(a) = \frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}.$$

Аналогічно, $P(кар) = P(ка)\cdot P_{ка}(p) = \frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}$; $P(кара) = P(кар)\cdot P_{кар}(a) = \frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}$;

$P(карат) = P(кара)\cdot P_{кара}(m) = \frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1.$

$$P(карат) = \frac{1}{60}.$$

Приклад 2. Ймовірність попадання в мішень для першого стрільця $0{,}8$, для другого - $0{,}6$. Стрільці роблять по одному вистрілу незалежно один від одного. Яка ймовірність, що будуть влучення в мішень?

Розв'язання. Нехай мають місце події A ={ влучення в мішень першого стрільця}, B ={ влучення в мішень другого стрільця}, C ={ влучення в мішень хоча б одним стрільцем}, тоді

$$C = A + B.$$

Події A і B сумісні і незалежні, тому

$$P(C) = P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A)\cdot P(B),$$

$$P(C) = 0{,}8 + 0{,}6 - 0{,}8\cdot 0{,}6 = 1{,}4 - 0{,}48 = 0{,}92 .$$

Приклад 3. На склад надходять однотипні деталі з трьох автоматів, причому перший автомат дає 20%, другий – 30%, третій – 50% всієї продукції за зміну. Серед продукції першого автомата може бути 0,2% браку, другого – 0,3%, третього – 0,1%. Знайти ймовірність, що навмання взята деталь буде бракованою.

Розв'язання. Позначимо події H_k = {деталь виготовлена на k – ому автоматі}, ($k = 1,2,3$). H_k – гіпотези.

Згідно умові задачі їх ймовірності $P(H_1) = 0{,}2;\ P(H_2) = 0{,}3;\ P(H_3) = 0{,}5$.

Нехай подія A ={ деталь бракована }. Згідно зі змістом задачі відомі умовні ймовірності $P(A/H_1) = 0{,}002$; $P(A/H_2) = 0{,}003$; $P(A/H_3) = 0{,}001$.

За формулою повної ймовірності маємо:

$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A/H_1) + P(H_2)\cdot P(A/H_2) + P(H_3)\cdot P(A/H_3),$$

$$P(A) = 0{,}2\cdot 0{,}002 + 0{,}3\cdot 0{,}003 + 0{,}5\cdot 0{,}001 = 0{,}0018 .$$

Приклад 3. На склад поступають однотипні деталі із трьох автоматів, причому, за зміну 50% виробляє перший автомат, 30% - другий, і 20% - третій. Ймовірність виготовлення бракованої деталі на першому автоматі 0,1%, на другому – 0,2%, на третьому – 0,05%. Взята навмання деталь виявилась бракованою. Знайти ймовірність, що бракована деталь виготовлена 1) на першому автоматі, 2) на другому автоматі, 3) на третьому автоматі.

Розв'язання. Нехай подія A ={ деталь бракована }.

Позначимо події H_k = {деталь виготовлена на k – ому автоматі}, ($k = 1,2,3$). H_k – гіпотези. Згідно умові задачі їх ймовірності $P(H_1) = 0{,}5;\ P(H_2) = 0{,}3;\ P(H_3) = 0{,}2$.

Згідно зі змістом задачі відомі умовні ймовірності події A

$$P(A/H_1)=0{,}001\ ;\ P(A/H_2)=0{,}002\ ;\ P(A/H_3)=0{,}0005\ .$$

За формулою повної ймовірності маємо:

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)+P(H_3)\cdot P(A/H_3),$$

$$P(A)=0{,}5\cdot 0{,}001+0{,}3\cdot 0{,}002+0{,}2\cdot 0{,}0005=0{,}0012\ .$$

За формулою Байєса знаходимо ймовірність того, що бракована деталь виготовлена першим автоматом $P(H_1/A)=\frac{0{,}5\cdot 0{,}001}{0{,}0012}=\frac{5}{12}$,

другим автоматом $P(H_2/A)=\frac{0{,}3\cdot 0{,}002}{0{,}0012}=\frac{1}{2}$,

третім автоматом $P(H_3/A)=\frac{0{,}2\cdot 0{,}0005}{0{,}0012}=\frac{1}{12}$.

Задачі на повну ймовірність

1. У групі 20 плавців, 6 велосипедистів і 4 легкоатлети. Ймовірність виконати кваліфікаційну норму така: для плавця 0,9, для велосипедиста – 0,8 і для легкоатлета – 0,75. Знайти ймовірність, що спортсмен, вибраний наугад, виконає кваліфікаційну норму.

2. Складальник отримує 3 коробки деталей виготовлених заводом №1, і 2 коробки деталей, виготовлених заводом №2. Ймовірність того, що деталь виготовлена заводом №1, стандартна дорівнює 0,8, а заводом №2 – 0,9. Складальник наугад дістає деталь із наугад взятої коробки. Знайти ймовірність того, що деталь – стандартна.

3. У телевізійному ательє є 4 кінескопи. Ймовірності того, що кінескоп витримає гарантійний термін служби, відповідно дорівнюють: 0,8; 0,85; 0,9; 0,95. Знайти ймовірність того, що взятий наугад кінескоп витримає гарантійний термін служби.

4. В ящик, який містить 3 однакові деталі, кинута стандартна деталь, а тоді наугад вийнята одна деталь. Знайти ймовірність того, що вийнята деталь

стандартна, якщо рівноможливі всі можливі припущення про число стандартних деталей, які знаходяться в ящику на початку.

Задачі на формулу Байєса

1. При відхиленні від нормального режиму роботи автомата спрацьовує сигналізатор $C-1$ із ймовірністю 0,8, а сигналізатор $C-2$ спрацьовує із ймовірністю 1. Ймовірності того, що автомат обладнаний сигналізатором $C-1$ або $C-2$ відповідно дорівнюють 0,6 і 0,4. Поступив сигнал про розлад автомата. Знайти ймовірності: а) автомат обладнаний сигналізатором $C-1$; б) автомат обладнаний сигналізатором $C-2$.

2. Для участі у спортивних студентських відбіркових змаганнях виділено з I групи курсу – 4, з II-ої – 6, із III-ої – 5студентів. Ймовірність того, що студент I-ої, II-ої, III-ої групи попаде у збірну університету, відповідно дорівнює 0,9; 0,7 і 0,8. Наугад вибраний студент попав у збірну. Знайти ймовірності що це студент: а) з I-ої групи; б) з II-ої групи; в) з III-ої групи.

Тема 5. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Формула Пуассона

Контрольні питання:

1. Що називається повторними незалежними випробуваннями ?
2. Формула Бернуллі.
3. Локальна теорема Муавра-Лапласа.
4. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.
5. Формула Пуассона.

Означення. Ряд випробувань називається **незалежними** по відношенню до події A, якщо ймовірність події A не залежить від того, з'явилась ця подія в інших випробуваннях чи не з'явилось.

Формула Бернуллі

Теорема. **Нехай проводиться n незалежних випробувань, у кожному з яких подія A може відбутися з ймовірністю p, і не відбутися із імовірністю $q = 1 - p$. Тоді ймовірність того, що подія A відбувається m раз при n випробуваннях $P_n(m)$ знаходиться за формулою Бернуллі:**

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m} \quad ,$$

де C_n^m **- число комбінацій із n по m.**

Локальна теорема Муавра-Лапласа

Теорема. Нехай проводяться повторні незалежні випробування, в яких може з'явиться подія A (із сталою ймовірністю p при кожному випробуванні, $p \neq 0,\ p \neq 1$), тоді ймовірність появи події A m раз при n випробуваннях (при цьому n і m **приймають великі значення) обчислюється наближено по формулі**

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x),$$

де $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}, \ \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Формулу застосовують, якщо $n > 100$, а $npq > 20$.

Інтегральна теорема Муавра-Лапласа

Теорема. . Нехай проводяться повторні незалежні випробування, в яких може з'явиться подія A (із сталою ймовірністю p при кожному випробуванні, $p \neq 0,\ p \neq 1$), тоді ймовірність появи події A від m_1 раз до m_2 раз при n випробуваннях (при цьому n **приймає велике значення) обчислюється наближено по формулі**

$$P_n(m_1,\ m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

де $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ – *функція Лапласа*,

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}},\ x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

Формула Пуассона

Теорема. **Нехай проводяться повторні незалежні випробування, в яких може з'явиться подія A (із сталою ймовірністю p при кожному випробуванні, $p \neq 0,\ p \neq 1$). Тоді, якщо число випробувань n - велике, а ймовірність появи події A p при одному випробуванні – мала, то для знаходження ймовірності появи події A m раз при n випробуваннях використовується наближена формула Пуассона**

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}, \text{ де } \lambda = np.$$

Розвязання задач

Приклад 1. У кожному із білетів для заліку міститься по 4 задачі. Студент наугад вибирає один з білетів. Ймовірність вірного розв'язання студентом однієї задачі дорівнює $0{,}6$. Знайти ймовірність розв'язання 3 задач.

Розв'язання. Нехай подія A = {розв'язання студентом задачі}. Має місце схема повторних незалежних випробувань, тому застосуємо формулу Бернуллі. Шукана ймовірність $P_n(m)$, коли $n = 4$, $m = 3$, $p = 0{,}6$, $q = 0{,}4$ знаходиться по формулі Бернуллі

$$P_4(3) = C_4^3 \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^{4-3} = \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} 0{,}6^3 \cdot 0{,}4 = 4 \cdot 0{,}216 \cdot 0{,}4 = 0{,}3456.$$

Приклад 2. Знайти ймовірність того, що подія A наступить 80 разів при 400 випробуваннях, якщо ймовірність появи події A при одному випробуванні дорівнює $0,2$.

Розв'язання. За умовою задачі $n = 400$, $m = 80$, $p = 0,2$. $q = 1 - 0,2 = 0,8$.

Враховуючи, що $n = 400 > 100$, $n \cdot p = 80 > 20$, застосуємо локальну формулу Муавра-Лапласа. Знаходимо

$$x = \frac{80 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = 0,$$

далі (див. Додаток 1)

$$\varphi(0) = 0,3989,$$

тоді

$$P_{400}(80) \approx \frac{1}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \cdot 0,3989 = \frac{1}{8} \cdot 0,3989 = 0,0498.$$

Приклад 3. Ймовірність того, що деталь пройшла перевірку технічного контролю дорівнює **0,8.** Знайти ймовірність того, що серед 100 випадково відібраних деталей перевірених буде від**70** до **90** деталей.

Розв'язання. Скористаємось інтегральною формулою Муавра-Лапласа. За умовою задачі маємо $n = 100$, $m_1 = 70$, $m_2 = 90$, $p = 0,8$; $q = 0,2$.

Знаходимо

$$x_1 = \frac{70 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = \frac{-10}{4} = -2,5; \quad x_2 = \frac{90 - 80}{4} = 2,5,$$

тоді

$$P_{100}(70, 90) = \Phi(2,5) - \Phi(-2,5) = 2\Phi(2,5).$$

Згідно Додатку 2

$$\Phi(2,5) = 0,4938,$$

тому

$$P_{100}(70, 90) = 2 \cdot 0,4938 = 0,9876.$$

Приклад 4. Завод відправив на склади споживачам 5000 доброякісних виробів, ймовірність того, що при транспортуванні вироби можуть зіпсуватися дорівнює 0,0002. Знайти ймовірність, що при транспортуванні зіпсуються три вироби.

Розв'язання. За умовою задачі $n = 5000$, $m = 3$, $p = 0{,}0002$, Оскільки $p = 0{,}0002 << 1$, $n = 5000 > 100$, скористаємось формулою Пуассона ($\lambda = n \cdot p = 1$)

$$P_{5000}(3) \approx \frac{1^3 e^{-1}}{3!} = \frac{1}{6e} \approx 0{,}06 .$$

Задачі на формулу Бернуллі

1. Монета підкидається 5 разів. Обчислити ймовірності всіх можливих появ герба.

2. Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі дорівнює 0,3. Знайти ймовірність 4 влучень після шести пострілів.

3. Пристрій складається з 5 елементів. За фіксований час кожний з елементів може вийти з ладу з ймовірністю $p = 0{,}1$. Пристрій функціонує справно, якщо кількість елементів, що вийшли з ладу не більше двох. Знайти ймовірність справного функціонування пристрою.

4. В середньому 25% пакетів акцій на аукціонах продаються за початковою заявленою ціною. Знайти ймовірність того, що із 5 пакетів акцій в результаті торгів за початковою заявленою ціною: 1) не буде продано 3 пакета; 2) буде продано менше 3 пакетів; 3) буде продано не більш 3; 4) хоча б 3 пакети.

Задачі на локальну формулу Муавра-Лапласа

1. Ймовірність події A в кожному з 190 незалежних дослідів дорівнює $0{,}65$. Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться: а) 250 разів; б) 275 разів.

2. Знайти ймовірність того, що при 6000 підкиданнях грального кубика грань з двома очками випаде 900 разів.

3. Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться 1400 разів у 2400 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює $0,6$.

Задачі на інтегральну формулу Лапласа

1. При стабільному технологічному процесі фабрика випускає в середньому 70% продукції першого гатунку. Чому дорівнює ймовірність того, що у партії з 1000 виробів число виробів першого гатунку міститься у межах від 625 до 760?

2. Ймовірність виходу з ладу за час T одного конденсатора дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що за час T зі 100 конденсаторів вийдуть з ладу: а) не менше 20 конденсаторів; б) менше ніж 28 конденсаторів; в) від 14 до 26 конденсаторів.

3. Ймовірність виходу із ладу виробу за час випробування на надійність $p = 0,05$. Яка ймовірність того, що за час випробувань зі 100 виробів вийдуть із ладу: а) не менше 5 виробів; б) менше ніж 5 виробів; в) від 5 до 10 виробів.

4. Верстат – автомат штампує деталі. Ймовірність того, що виготовлена деталь вищої якості дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що у результаті відбору 400 деталей вищу якість будуть мати від 300 до 340 деталей.

Задачі на формулу Пуассона

1. Якщо в середньому лівші складають 1%, то чому дорівнює ймовірність, що серед 200 людей: а) виявиться четверо лівшів: б) знайдеться хоча-б четверо лівшів.

2. Комутатор установи обслуговує 100 абонентів. Імовірність того, що протягом однієї хвилини абонент подзвонить на комутатор, дорівнює 0,01.

Знайти ймовірність того, що протягом однієї хвилини подзвонять: а) рівно 3 абоненти; б) менше від трьох абонентів; в) більше від 3-х абонентів; г) хоча-б один абонент.

3. Радіотелеграфна станція приймає цифровий текст. Внаслідок перешкод ймовірність помилкового прийому довільної цифри не змінюється протягом всього прийому і дорівнює 0,01. Вважаючи прийом окремих цифр незалежними подіями, знайти ймовірність того, що в тексті, який містить 800 цифр, буде 5 помилок.

4. В автобусному парку 70 автобусів. Відомо, що ймовірність виходу з ладу двигуна протягом дня дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що у визначений день виявляться несправними двигуни в чотирьох автобусах.

ТИПОВІ РОЗРАХУНКИ

Для виконання типового розрахунку необхідно:

1. переписати текст задачі,
2. визначити випробування та елементарні події,
3. визначити досліджувану подію та інші події,
4. встановити, яка формула застосовується для розв'язання задачі та виконати ці обчислення.

<u>Вар. №1</u>

Задача 1. Підкидають дві монети. Знайти ймовірність того, що на обох монетах з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРОГРАМІСТ.

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}139$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **5** білих і **5** чорних кульок, а у другій урні **4** білих і **8** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **2** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька.

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$k = 13;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$**,** $\boldsymbol{M_2}$**,** і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

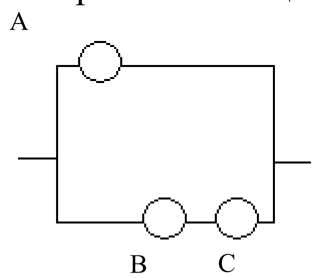
$$k = 13,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}1$. На добувній дільниці кар’єру працює $n = 8$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 4$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 100$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}2$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з’явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2 =28 раз; 2. не менш k_1=18і не більш k_2 =28 раз.

Задача 9. 1. Ділянка електричного ланцюга має вигляд:



Імовірність виходу зі строю елементів A, B, C відповідно дорівнює P(A)=0,2; P(B)=0,1; P(C)=0,15. Знайти ймовірність розриву ланцюга.

Задача 10. . Студент знає 46 з 60 запитань програми. Кожний екзаменаційних білет містить 3 запитання. Знайти ймовірність того, що студент знає: а) всі три запитання;б) тільки два запитання;в) тільки одне запитання екзаменаційного квитка.

Вар. №2

Задача 1. Підкидають дві монети. Знайти ймовірність того, що хоча б на одній монеті з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРОГРАМА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}138$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **4** білих і **5** чорних кульок, а у другій урні **5** білих і **8** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **3** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька.

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 12;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$**,** $\boldsymbol{M_2}$**,** і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 13,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}1$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 5$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 100$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}2$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=28 раз; 2. не менш k_1=18 і не більш k_2 =28 раз.

Задача 9. У партії з 50 індикаторів, 5 нестандартних. Визначити ймовірність того, що серед вибраних навмання для перевірки 6 індикаторів два виявляться нестандартними.

Задача 10. В кожній з двох урн знаходяться 5 білих та 10 чорних кульок. З першої урни переклали у другу навмання 1 кульку, а потім з другої урни вийняли наугад 1 кульку. Знайти ймовірність того, що вийнята кулька виявиться чорною.

Вар. №3

Задача 1. Підкидають дві монети. Знайти ймовірність того, що ні на одній з монет не з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРОГРАМУВАННЯ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}137$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **7** білих і **3** чорних кульок, а у другій урні **6** білих і **3** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульок, а із другої – **1** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 11;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 13,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}15$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 6$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 300$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}25$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2=90 раз; 2. не менш k_1=60 і не більш k_2 =90 раз.

Задача 9. При збільшенні напруги в два рази може відбутися розрив електричного ланцюга, в наслідок виходу зі строю одного з 3 послідовно з'єднаних елементів відповідно з ймовірностями 0,3; 0,4; 0,5. Визначити ймовірність того, що не відбудеться розрив ланцюга.

Задача 10. Три стрільця в однакових та незалежних умовах зробили по одному пострілу по одній і тій самій цілі. Ймовірність влучення у ціль першим стрільцем дорівнює 0,9, другим – 0,8, третім – 0,7. Знайти ймовірність того, що: 1) в ціль зроблено всі три влучення; 2) в ціль зроблено тільки два влучення; 3) тільки одне влучення.

<u>Вар. №4</u>

Задача 1. Підкидають три монети. Знайти ймовірність того, що на всіх монетах з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

СТАТИСТИК

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}135$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **5** білих і **4** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **4** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **1** кульок, а із другої – **4** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька.

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 10;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

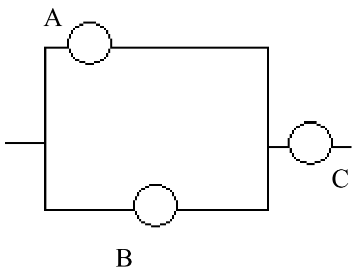
Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 13,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100}; M_1 = 5 + k; M_2 = 20 - k; M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}2$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 6$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 4$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 600$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}6$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2 =390 раз; 2. не менш k_1=324 і не більш k_2 =390 раз.

Задача 9. Ділянка електричного ланцюга має вигляд:



Ймовірність виходу зі строю кожного з елементів A, B, C відповідно дорівнює P(A)=0,3; P(B)=0,2; P(C)=0,1. Знайти ймовірність розриву ланцюга.

Задача 10. Ймовірність, що подія відбудеться у кожному з однакових та незалежних випробувань, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що 1600 випробувань подія відбудеться 1200 разів.

Вар. №5

Задача 1. Підкидають три монети. Знайти ймовірність того, що принаймні на одній монеті з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

СТАТИСТИКА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}134$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **5** білих і **6** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **3** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульок, а із другої – **2** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 9;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$, $\boldsymbol{M_2}$, і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k=13,\ p_1=0{,}99-\frac{k}{100};\ p_2=0{,}9-\frac{k}{100};\ p_3=0{,}85-\frac{k}{100};\ M_1=5+k;\ M_2=20-k;\ M_3=25-k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p=0{,}25$. На добувній дільниці кар'єру працює $n=6$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k=4$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n=2500$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p=0{,}5$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2=1270 раз; 2. не менш k_1=1200 і не більш k_2 =1270 раз.

Задача 9. Мікросхема, що поставлена в телевізор, може належати до однієї з трьох партій з ймовірностями P(A)=0,25; P(B)=0,5; P(C)=0,1. Ймовірність того, що мікросхема пропрацює певну кількість годин, для цих партій відповідно дорівнює 0,9; 0,8; 0,85. Визначити ймовірність того, що мікросхема пропрацює задану кількість годин.

Задача 10. Для сигналізації про аварію встановлено 3 незалежно працюючих прилади. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший прилад, дорівнює 0,9, другий – 0,95, третій – 0,85. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацюють: а) тільки один прилад;б) тільки два прилади;в) усі три прилади.

Вар. № 6

Задача 1. Підкидають три монети. Знайти ймовірність того, що тільки на двох монетах з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПОДІЯ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}133$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **5** білих і **7** чорних кульок, а у другій урні **6** білих і **4** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **2** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для де для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 8;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 13,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}3$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 8$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 5$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 1600$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}2$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2=360 раз; 2. не менш k_1=300 і не більш k_2=360 раз.

Задача 9. Прилад, працюючий у продовж часу **t,** складається з трьох вузлів, кожен з яких незалежний від інших, може упродовж часу **t** відмовити. Відмова кожного з вузлів призводить до відмови приладу у цілому. Ймовірність безвідмовної роботи першого вузла дорівнює 0,7; другого – 0,8; третього – 0,9. Знайти ймовірність безвідмовної роботи приладу у цілому.

Задача 10. Ймовірність настання події у кожному із однакових та незалежних дослідів дорівнює 0,02. Знайти ймовірність того, що в 150 дослідах подія настане 5 раз.

Вар. №7

Задача 1. Підкидають три монети. Знайти ймовірність того, що тільки на одній монеті з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ВИПАДКОВІСТЬ.

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}132$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **5** білих і **8** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **5** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **4** кульок, а із другої – **1** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька.

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$k = 9;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 9,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}31$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 8$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 4$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 2400$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}4$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=996 раз; 2. не менш k_1=924 і не більш k_2 =996 раз.

Задача 9. Для сигналізації про те, що режим роботи автоматичної лінії відхиляється від нормального, використовується індикатор. Він може належати з ймовірностями 0,2; 0,3; 0,5 до одного з трьох типів, для яких ймовірність спрацьовування при порушені режиму дорівнює відповідно 1; 0,75; 0,4. Від індикатора одержано сигнал. До якого типу ймовірніше за все належить індикатор?

Задача 10. В партії з 1000 виробів є десять дефектних. Знайти ймовірність того, що серед 50 виробів взятих навмання з цієї партії 3 будуть дефектні.

Вар. №8

Задача 1. Підкидають три монети. Знайти ймовірність того, що ні на одній монеті не з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ЙМОВІРНІСТЬ.

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}131$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **6** білих і **3** чорних кульок, а у другій урні **5** білих і **6** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульок, а із другої – **3** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій.

Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 8;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 8,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}3$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 7$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 7500$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}25$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2 =1950 раз; 2. не менш k_1=1725 і не більш k_2 =1950 раз.

Задача 9. Яка ймовірність того, що вибраний навмання телевізор виявиться першосортним, якщо відомо що 3% цієї продукції складають нестандартні телевізори, а 75% стандартних телевізорів задовольняють вимогам першого сорту?

Задача 10. Ймовірність настання події у кожному із однакових та незалежних дослідів дорівнює 0,08. Знайти ймовірність того, що в 125 дослідах подія наступить не менш ніж 75 і не більш, ніж 90 разів.

Вар. №9

Задача 1. Підкидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що на всіх монетах з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

АЛГОРИТМ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}130$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **6** білих і **5** чорних кульок, а у другій урні **5** білих і **3** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **2** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька.

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 7;\; p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\; p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\;\; r = 5 + k,\; l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$**,** $\boldsymbol{M_2}$**,** і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 7,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}25$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 6$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 1$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 100$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}8$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2=86 раз; 2. не менш k_1=78 і не більш k_2 =86раз.

Задача 9. Три дослідники незалежно один від одного роблять вимірювання напруги у електричному ланцюгу. Ймовірність того, що перший дослідник припуститься помилки при зніманні показань вольтметру дорівнює 0,1. Для другого і третього дослідників ця ймовірність відповідно дорівнює 0,15 та 0,2. Знайти ймовірність того, що при однократному вимірюванні тільки один дослідник припуститься помилки.

Задача 10. На трьох пристроях при однакових і незалежних умовах виготовляються вироби однієї назви. На першому пристрої виготовляють 10%, на другому – 30%, на третьому – 60% усіх виробів. Ймовірність кожного з виробів бути бездефектним дорівнює 0,7 – якщо він виробляється на першому пристрої, 0,8 – якщо на другому пристрої, 0,9 – якщо на третьому пристрої. Знайти ймовірність того, що наугад узятий виріб виявиться бездефектним.

<u>Вар. №10</u>

Задача 1. Підкидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що хоч би на одній монеті з’явиться “герб”.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

БЛОК-СХЕМА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}129$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **6** білих і **6** чорних кульок, а у другій урні **5** білих і **5** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **4** кульок, а із другої – **1** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька.

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 6;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$**,** $\boldsymbol{M_2}$**,** і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3**.** Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 6,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}18$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 5$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 2$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 900$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}2$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=210 раз; 2. не менш k_1=162 і не більш k_2=210 раз.

Задача 9. У телевізорів застосовано 6 мікросхем типу А і 8 мікросхем типу В. Знайти ймовірність того, що серед 3 зіпсованих мікросхем 2 будуть типу А.

Задача 10. . Два брати належать до складу двох спортивних команд, в кожну з яких входять по 12 чоловік. У двох урнах знаходиться по 12 квитків з номерами від 1 до 12. Члени кожної команди виймають навмання по одному квитку із визначеної урни. Знайти ймовірність того, що обидва брати візьмуть квиток номер 6.

Вар. №11

Задача 1. Підкидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що тільки на одній монеті з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПІДПРОГРАМА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}128$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **6** білих і **7** чорних кульок, а у другій урні **5** білих і **4** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **3**кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 5;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k=5,\ p_1=0{,}99-\frac{k}{100};\ p_2=0{,}9-\frac{k}{100};\ p_3=0{,}85-\frac{k}{100};M_1=5+k;\ M_2=20-k;\ M_3=25-k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p=0{,}23$. На добувній дільниці кар'єру працює $n=8$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k=4$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n=300$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p=0{,}75$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2=210 раз; 2. не менш k_1=195 і не більш k_2 =210 раз.

Задача 9. Перший світлофор вмикає червоне світло на 20 сек. у продовж хвилинного циклу, а другий на 30 сек. Знайти ймовірність того, що автомобіль зупиниться тільки у одного світлофора.

Задача 10. З трьох гармат зробили постріли в ціль. Ймовірність попадання в ціль одним пострілом з першої гармати дорівнює 0,8; для другої та третьої гармат ці ймовірності дорівнюють відповідно 0,7 та 0,8. Знайти ймовірність того, що: а) тільки один снаряд влучить у ціль;б) рівно два снаряда влучать у ціль;в) усі три снаряда влучать у ціль;г) хоча б один снаряд влучить у ціль.

Вар. №12

Задача 1. Підкидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що тільки на двох монетах з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРОЦЕДУРА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент;   б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}127$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **3** білих і **8** чорних кульок, а у другій урні **5** білих і **7** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **3** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору;   б) тільки три білих кульки;   в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 4;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 4,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}28$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 9$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 7$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 2500$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0,$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2 =530 раз; 2. не менш k_1=430 і не більш k_2 =530 раз.

Задача 9. У обчислювальній лабораторії знаходиться 6 клавішних автоматів і 4 напівавтомати. Ймовірність того, що впродовж виконання розрахунку автомат не вийде зі строю, дорівнює 0,95; для напівавтомата ця ймовірність дорівнює 0,8. Студент робить розрахунки на машині, що її взяли навмання. Знайти ймовірність того, що до закінчення розрахунку машина не вийде зі строю.

Задача 10. Три стрільця в однакових та незалежних умовах зробили по одному пострілу по одній і тій самій цілі. Ймовірність влучення у ціль першим стрільцем дорівнює 0,6, другим – 0,7, третім – 0,9. Знайти ймовірність того, що: а) тільки один із стрільців влучив у ціль;б) тільки два влучили у ціль; в) всі три стрільці влучили у ціль; г) хоча б один стрілець влучить у ціль.

Вар. №13

Задача 1. Підкидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що тільки на трьох монетах з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРИСВОЮВАННЯ.

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1 , p_2 , p_3 . Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}126$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **3** білих і **7** чорних кульок, а у другій урні **6** білих і **4** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульок, а із другої – **3** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 3;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 3,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}3$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 10$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 5$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 600$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0,4$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2 =270 раз; 2. не менш k_1=216 і не більш k_2 =270 раз.

Задача 9. Два з 3, незалежно працюючих транзисторів, обчислювального приладу відмовили. Знайти ймовірність того, що відмовив перший транзистор, якщо ймовірність відмови 1-го, 2-го, 3-го транзисторів відповідно дорівнює Р(А)=0,2; Р(В)=0,1; Р(С)=0,15.

Задача 10. Студент знає 50 з 60 запитань програми. Знайти ймовірність того, що студент знає 2 запитання свого екзаменаційного білета.

Вар. №14

Задача 1. Підкидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що ні на одній монеті не з'явиться "герб".

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

УМОВА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0,125$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0,9 - k$, $p_3 = 0,85 - k$.

Задача 4. У першій урні **3** білих і **6** чорних кульок, а у другій урні **6** білих і **5** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **1** кульок, а із другої – **4** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 2;\; p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\; p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\; l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 2,\; p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\; p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\; p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\; M_1 = 5 + k;\; M_2 = 20 - k;\; M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}25$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 8$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 6$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 2500$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}8$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2=2030 раз; 2. не менш k_1=1960 і не більш k_2 =2030 раз.

Задача 9. У партії 10 регістрів знаходиться 8 стандартних. Навмання вибрано 3 регістра. Знайти ймовірність того, що 2 з них стандартні.

Задача 10. Дві команди по 10 спортсменів проводять жеребкування для присвоювання номерів учасникам змагань. Двоє братів належать до складу різних команд. Знайти ймовірність того, що обидва брати будуть брати участь у змаганні під номером 5.

Вар. №15

Задача 1. Підкидають гральний кубик. Знайти ймовірність того, що на верхній грані з'явиться парне число очок.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРОЦЕСОР

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}124$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **3** білих і **5** чорних кульок, а у другій урні **6** білих і **6** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **4** кульок, а із другої – **1** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$k = 1;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\ l = 3.$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 1,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}1$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 5$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 1600$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}8$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=1312 раз; 2. не менш k_1=1240 і не більш k_2 =1312 раз.

Задача 9. Ймовірність того, що у продовж роботи цифрової електронної машини виникли збої у арифметичному приладі, у оперативній пам'яті, в решті приладів відносяться як 3:2:5. Ймовірності виявлення збою у арифметичному приладі, у оперативній пам'яті, в решті приладів відповідно дорівнює 0,8; 0,9; 09. Збій, що виникнув у машині було виявлено. Знайти ймовірність того, що збій виник у оперативній пам'яті .

Задача 10. . Два стрільці зробили по одному пострілу по мішені. Ймовірність влучення у мішень кожним з них дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що: а) обидва стрільці влучать у мішень; б) обидва стрільці не влучать; в) тільки один стрілець влучить.

Вар. №16

Задача 1. Підкидають гральний кубик. Знайти ймовірність того, що на верхній грані з'явиться непарне число очок.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПАКЕТ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}123$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **3** білих і **4** чорних кульок, а у другій урні **6** білих і **7** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **2** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька.

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 0;\; p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\; p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\; l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$**,** $\boldsymbol{M_2}$**,** і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно $\boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}$ і $\boldsymbol{p_3}$**.** Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

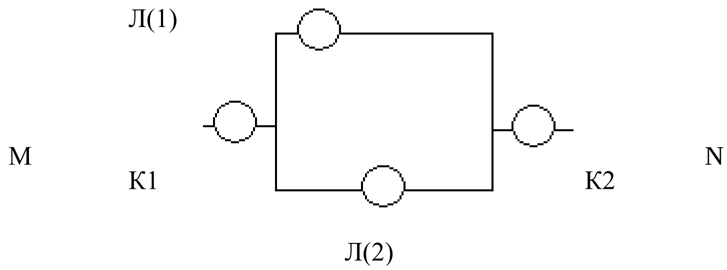
$$k = 0,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}31$. На добувній дільниці кар’єру працює $n = 9$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 4$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 2400$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}6$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з’явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2=1472 раз; 2. не менш k_1=1404 і не більш k_2 =1472 раз.

Задача 9. Електричний ланцюг між точками M і N з’єднано за схемою



Різні елементи ланцюга виходять зі строю незалежно один від одного, ймовірності виходу елемента за строю упродовж часу T такі:

Елемент	K1	K2	Л(1)	Л(2)
Ймовірності	0,1	0,2	0,4	0,5

Визначити ймовірність перерви живлення за вказаний проміжок часу.

Задача 10. Ймовірність хоча б одного влучення при двох пострілах дорівнює 0,96. Знайти ймовірність трьох влучень при чотирьох пострілах.

Вар. №17

Задача 1. Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться тільки парне число очок.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРИСТРІЙ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}122$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **5** білих і **3** чорних кульок, а у другій урні **4** білих і **9** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **3** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 1;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1**,** M_2**,** і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 1,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100}; M_1 = 5 + k; M_2 = 20 - k; M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}32$. На добувній дільниці кар’єру працює $n = 7$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 7500$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}75$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з’явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2=5700 раз;   2. не менш k_1=5550 і не більш k_2 =5700 раз.

Задача 9. При масовому виробництві напівпровідникових діодів ймовірність браку при формовці дорівнює 0,1. Яка ймовірність того, що з 400 навмання узятих діодів 50 будуть браковані.

Задача 10. Експедиція видавництва відправила газети у два поштових відділення. Ймовірність вчасної доставки газет в кожне відділення пошти дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що:

а) обидва поштових відділення отримають газети вчасно;б) обидва поштових відділення отримають газети з запізненням;в) тільки одне поштове відділення отримає газети вчасно; г) хоча б одне відділення отримає газети вчасно.

Вар. №18

Задача 1. Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з’являться одне парне число очок, а друге – непарне.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПЕРФОКАРТА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}121$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **4** білих і **9** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **3** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульок, а із другої – кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 2;\; p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\; p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\; l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 2,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}1$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 5$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 900$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}8$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=764 раз; 2. не менш k_1=708 і не більш k_2 =764 раз.

Задача 9. Ймовірність виходу зі строю впродовж часу Т одного з конденсаторів дорівнює 0,2. Визначити ймовірність того, що з 100 конденсаторів упродовж часу Т вийде зі строю не менш 30 конденсаторів.

Задача 10. В кожній з двох урн знаходяться 8 білих та 2 чорних кульки. З першої урни переклали у другу навмання 1 кульку, а потім з другої урни вийняли навмання 1 кульку. Знайти ймовірність того, що вийнята кулька виявиться білою.

Вар. №19

Задача 1. Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких парна.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви вийму ться за порядком даного слова

ПРОРОК

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}120$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Задача 4. У першій урні **4** білих і **8** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **4** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульок, а із другої – **3** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 3;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 3,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100}; M_1 = 5 + k; M_2 = 20 - k; M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}3$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 10$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 6$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 400$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}2$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2=104 раз; 2. не менш k_1=72 і не більш k_2 =104 раз.

Задача 9. Ймовірність виходу зі строю впродовж часу Т одного з конденсаторів дорівнює 0,2. Визначити ймовірність того, що з 100 конденсаторів упродовж часу Т вийде зі строю не більш 20 конденсаторів.

Задача 10. Два контролери перевірили по однаковому комплекту виробів. Ймовірність того, що перший контролер помилиться дорівнює 0,05; для другого контролера ця ймовірність дорівнює 0,01. При перевірці виробів було знайдено помилку. Знайти ймовірність того, що помилився перший контролер.

Вар. № 20

Задача 1 Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких непарна.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ФЕРІТ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}119$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **4** білих і **7** чорних кульок, а у другій урні **8** білих і **3** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **4** кульок, а із другої – **1** кульок. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 4;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 4,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}33$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 9$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 7$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 625$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}8$.

Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=525 раз; 2. не менш k_1=455 і не більш k_2 =525 раз.

Задача 9. Ймовірність виходу зі строю впродовж часу Т одного з конденсаторів дорівнює 0,2. Визначити ймовірність того, що з 100 конденсаторів упродовж часу Т вийде зі строю 15 конденсаторів.

Задача 10. Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що у 100 випробуваннях подія з'явиться не менш ніж 70 і не більш ніж 80 разів.

Вар. №21

Задача 1 Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких більше, ніж їх добуток.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

МАГНІТ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}061$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **4** білих і **6** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **5** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульки, а із другої – **2** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій.

Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 7;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 7,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}25$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 10$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 500$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}001$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2 =4 рази; 2. не менш k_1=2 і не більш k_2 =4 раз.

Задача 9. При виробництві тріодів ймовірність браку дорівнює 0,1. Яка ймовірність, що з 5 навмання узятих тріодів 3 будуть браковані.

Задача 10. Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що подія наступить 20 разів в 100 випробуваннях.

Вар. №22

Задача 1. Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких менше шести.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПЛАЗМА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}071$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **4** білих і **5** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **6** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульки, а із другої – **2** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 8;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$, $\boldsymbol{M_2}$, і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 8,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}4$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 6$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 1$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 250$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}004$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=4 рази; 2. не менш k_1=2 і не більш k_2 =4 раз.

Задача 9. Електростанція обслуговує мережу з 1000 ламп, ймовірність включення кожної з яких увечері дорівнює 0,6. Визначити ймовірність, що увімкненими будуть більше 600 ламп.

Задача 10. Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що подія наступить 120 разів в 144 випробуваннях.

Вар. №23

Задача 1 Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких більше восьми.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

КОЛОВОРОТ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}081$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **4** білих і **4** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **7** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульки, а із другої – **3** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 9;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 9,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}36$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 5$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 1$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 150$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}006$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2=3 рази; 2. не менш k_1=1 і не більш k_2=3 разів.

Задача 9. Електростанція обслуговує мережу з 1000 ламп, ймовірність включення кожної з яких увечері дорівнює 0,6. Визначити ймовірність того, що число одночасно увімкнених ламп буде знаходиться між 5900 і 6100.

Задача 10. В кожній з двох урн знаходяться 6 білих та 4 чорні кульки. З другої урни переклали у першу навмання 1 кульку, а потім з першої урни вийняли навмання 1 кульку. Знайти ймовірність того, що вийнята кулька виявиться білою.

<u>Вар. №24</u>

Задача 1 Підкидають три гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться тільки парні числа очок.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРОВІДНИК

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}091$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **4** білих і **3** чорних кульок, а у другій урні **7** білих і **8** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **1** кульку, а із другої – **4** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 10;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 10,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}2$. На добувній дільниці кар’єру працює $n = 8$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 4$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 200$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0,005$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2 =3 рази; 2. не менш k_1=1 і не більш k_2 =3 разів.

Задача 9. Маємо 100 електроприладів, працюючих незалежно один від одного у однаковому режимі, при якому вони були увімкнені упродовж 0,8 всього робочого часу. Яка ймовірність того, що у довільно узятий момент часу будуть увімкнені 86 електроприладів.

Задача 10. Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,8. Скільки потрібно провести випробувань, щоб з ймовірністю 0,95 можливо було очікувати відхилення відносної частоти з'явлення події від її ймовірності не більш ніж на 0,02?

Вар. №25

Задача 1 Підкидають три гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться одне парне число очок, решта непарні.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ТРАНЗИСТОР

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0,101$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0,9 - k$, $p_3 = 0,85 - k$

Задача 4. У першій урні **7** білих і **2** чорних кульок, а у другій урні **4** білих і **8** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **4** кульки, а із другої – **1** кульку. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 11;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 11,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}31$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 7$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 2$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 300$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}01$.

Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2 =6 разів; 2. не менш k_1=4 і не більш k_2 =6 разів.

Задача 9. Маємо 100 електроприладів, працюючих незалежно один від одного у однаковому режимі, при якому вони були увімкнені упродовж 0,8 всього робочого часу. Яка ймовірність того, що у довільно узятий момент часу будуть увімкнені менш ніж 86 електроприладів.

Задача 10. Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,2. Проведено 900 випробувань. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності не більш ніж на 0,4.

<u>Вар. №26</u>

Задача 1 Підкидають три гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких парна.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ІНТЕГРАЛ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}111$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **7** білих і **4** чорних кульок, а у другій урні **8** білих і **5** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульки, а із другої – **3** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 12;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 12,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}32$. На добувній дільниці кар’єру працює $n = 10$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 5$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 600$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}005$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з’явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2=5 раз; 2. не менш k_1=3 і не більш k_2 =5 раз.

Задача 9. Маємо 100 електроприладів, працюючих незалежно один від одного у однаковому режимі, при якому вони були увімкнені упродовж 0,8 всього робочого часу. Яка ймовірність того, що у довільно узятий момент часу будуть увімкнені більш ніж 86 електроприладів.

Задача 10. Середня кількість літаків, які прибувають в аеропорт за 1 хвилину дорівнює 2. Знайти ймовірність того, що за 3 хвилини прибудуть:

а) 2 літаки;б) менш ніж 2 літаки; в) не менш ніж 2-х літаків. В припущенні що потік літаків найпростіший.

Вар. №27

Задача 1 Підкидають три гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких непарна.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПОХІДНА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}121$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **7** білих і **5** чорних кульок, а у другій урні **4** білих і **6** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **2** кульки, а із другої – **2** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 13;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 13,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}37$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 9$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 800$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}001$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:

1. точно k_2=3 рази; 2. не менш k_1=1 і не більш k_2 =3 разів.

Задача 9. Ймовірність приймання сигналу дорівнює $p = 0{,}72$. Визначити, якою має бути загальна кількість прийнятих сигналів, щоб частота приймання цього сигналу відрізнялась від ймовірності його приймання не більш, ніж 0,13 з надійністю 0,95.

Задача 10. Середня кількість заявок, що поступають на підприємство побутового обслуговування за одну годину дорівнює 3. Знайти ймовірність того, що за 2 години поступить:

а) 4 заявки;б) менш ніж 3 заявки,в) не менш ніж 3 заявки. В припущенні що потік заявок найпростіший.

Вар. №28

Задача 1 Підкидають три гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з’являться число очок, які всі однакові.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПІРАМІДА

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}131$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **7** білих і **6** чорних кульок, а у другій урні **4** білих і **7** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульки, а із другої – **2** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 14;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 14,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100};\ M_1 = 5 + k;\ M_2 = 20 - k;\ M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}39$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 6$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 2$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 100$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}003$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях:
1. точно k_2 =2 рази; 2. не менш k_1=0 і не більш k_2 =2 разів.

Задача 9. Серед транзисторів, виготовлених робітниками 3% нестандартних. Знайти ймовірність того, що серед 6 транзисторів 2 будуть нестандартні.

Задача 10. Середня кількість кораблів, які заходять у порт за 1 годину дорівнює 2. Знайти ймовірність того, що за 4 години в порт зайдуть: а) 5 кораблів;б) менш ніж 5 кораблів;в) не менш 5 кораблів.

Вар. №29

Задача 1 Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, які всі різні.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ПРИРІСТ

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **Т** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **Т** вийде з ладу:

а) тільки один елемент;   б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}141$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **7** білих і **7** чорних кульок, а у другій урні **4** білих і **4** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **1** кульку, а із другої – **4** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору;   б) тільки три білих кульки;   в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за І-м видом, решта за ІІ-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 15;\; p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\; p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\quad r = 5 + k,\; l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях $\boldsymbol{M_1}$, $\boldsymbol{M_2}$, і $\boldsymbol{M_3}$ штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 15,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100}; M_1 = 5 + k; M_2 = 20 - k; M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}29$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 5$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 3$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 400$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}5$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2=232 рази; 2. не менш k_1=184 і не більш k_2 =232 раз.

Задача 9. Серед транзисторів, виготовлених робітниками 3% нестандартних. Знайти ймовірність того, що серед 6 транзисторів менш ніж 2 будуть нестандартні.

Задача 10. Середня кількість викликів на АТС за 1 хвилину дорівнює 2. Знайти ймовірність того, що за 3 хвилини поступить: а) 3 виклики;б) не менш ніж 3 виклики;в) менш ніж 3 виклики. В припущенні, що потік викликів найпростіший.

Вар. №30

Задача 1 Підкидають два гральних кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться число очок, сума яких ділиться на чотири.

Задача 2. Слово складене із карточок, на кожній з яких написана одна буква. Знайти ймовірність того, що букви виймуться за порядком даного слова

ОПЕРАТОР

Задача 3. Пристрій складається із трьох незалежних елементів, які працюють протягом часу **T** безвідмовно з відповідними ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час **T** вийде з ладу:

а) тільки один елемент; б) хоч би один елемент.

Значення параметрів обчислити за формулами: $k = 0{,}151$, $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$

Задача 4. У першій урні **7** білих і **8** чорних кульок, а у другій урні **8** білих і **5** чорних кульок. Із першої урни навмання виймають **3** кульки, а із другої – **3** кульки. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

а) всі кульки одного кольору; б) тільки три білих кульки; в) хоч би одна біла кулька

Задача 5. У ящику **r** деталей, кожна з яких виготовлена за одним із двох видів технологій, причому **l** із них – за I-м видом, решта за II-м видом технологій. Ймовірність витримати стендові випробування для деталей кожного з видів технологій відповідно дорівнюють p_1 і p_2. Знайти ймовірність того, що випадково взята із ящика деталь витримає стендові випробування. Значення параметрів знайти за формулами:

$$k = 16;\ p_1 = 0{,}95 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}6 - \frac{k}{100};\ \ r = 5 + k,\ l = 3.$$

Задача 6. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами – виробниками. На складі є електродвигуни з цих заводів відповідно у кількостях M_1, M_2, і M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно p_1, p_2 і p_3. Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим або третім заводом – виробником. Значення параметрів обчислюються за такими формулами:

$$k = 16,\ p_1 = 0{,}99 - \frac{k}{100};\ p_2 = 0{,}9 - \frac{k}{100};\ p_3 = 0{,}85 - \frac{k}{100}; M_1 = 5 + k; M_2 = 20 - k; M_3 = 25 - k.$$

Задача 7. Ймовірність виходу зі строю екскаватора у продовж зміни $p = 0{,}4$. На добувній дільниці кар'єру працює $n = 10$ екскаваторів. Яка ймовірність того, що $k = 1$ з них пропрацює зміну без аварії.

Задача 8. Проводиться $n = 625$ незалежних випробувань. Ймовірність виникнення події A в кожному випробуванні одна й таж і дорівнює $p = 0{,}2$. Потрібно знайти ймовірність того, що подія A з'явиться в цих випробуваннях: 1. точно k_2=130 раз; 2. не менш k_1=95 і не більш k_2 =130 раз.

Задача 9. По каналу зв'язку передаються повідомлення, з допомогою коду, що складається з двох знаків А і В. Ймовірність виникнення знаку А дорівнює 2/3.Яка ймовірність того, що з 4 переданих знаків 3 будуть знаки А.

Задача 10. Середня кількість викликів на АТС за 1 хвилину дорівнює 2. Знайти ймовірність того, що за 4 хвилини потрапить:

а) 3 виклики;б) не менш ніж 3 виклики;в) менш ніж 3 виклики. В припущенні, що потік викликів найпростіший.

Приклади тестових завдань

Оберіть правильну відповідь

1. Випадкова подія , це така подія:

A. причини якої невідомі;
B. якщо умови, в яких вона відбувається, різні;
C. закономірності якої не піддаються спостереженню;
D. яка при сукупності одних і тих же умов може відбутися , а може не відбутися.

2. Теорема додавання для несумісних подій

A. P(A+B)=P(A)+P(B)
B. P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)
C. P(A)+P(B)=1
D. інша відповідь

3. Виберіть правильне твердження. При знаходженні ймовірності, того що в n повторних випробуваннях подія A відбудеться рівно m раз:

A. при невеликих n знаходиться за формулою Бернуллі
B. при невеликих n знаходиться за локальною теоремою Лапласа
C. при невеликих n і одночасно малих значеннях *p* знаходиться за формулою Пуассона.
D. інша відповідь

4. Складено ряд розподілу кількості появ герба після при підкиданні двох монет. Знайти невідомий параметр *a*.

X	***a***	**1**	**2**
p	**1/4**	**1/2**	**1/4**

A. 0
B. 1
C. 2
D. -1

5. Визначити правильну властивість інтегральної функції розподілу $F(x)$

A. $-1 \le F(x) \le 1$ **,**
B. $0 \le F(x) \le 1$
C. $-\infty \le F(x) \le 1$
D. $-\infty \le F(x) \le +\infty$

6. Неперервна випадкова величина X задана диференціальною функцією розподілу $f(x)$
Визначить функцію для нормального закону розподілу.

A. $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \lambda\cdot e^{-\lambda\cdot x}, & x\ge 0\end{cases}$,

B. $f(x)=\begin{cases}0, & x<a\\ \dfrac{1}{b-a}, & a\le x\le b\\ 0, & x>b\end{cases}$,

C. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$,

D. **інша відповідь.**

Додаток 1

Значення функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3979	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,5389	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2611	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	00,1738
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1496	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1292	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1047	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,1790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0440	0,0432	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0232	0,0229
2,4	0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0!36	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034

Додаток 2

Значення функції Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,71	0,2611	1,41	0,4207	2,22	0.4868
0,01	0,0040	0,72	0,2642	1,42	0,4222	2,24	0,4875
0,02	0,0080	0,73	0,2373	1,43	0,4236	2,26	0,4881
0,03	0,0120	0,74	0,2703	1,44	0,4251	2,28	0,4887
0,04	0,0160	0,75	0,2734	1,45	0,4265	2,30	0,4893
0,05	0,0199	0,76	0,2764	1,46	0,4279	2,32	0,4898
0,06	0,0239	0,77	0,2794	1,47	0,4292	2,34	0,4904
0,07	0,0279	0,78	0,2823	1,48	0,4306	2,36	0,4909
0,08	0,0319	0,79	0,2852	1,49	0,4319	2,38	0,4913
0,09	0,0359	0,80	0,2881	1,50	0,4332	2,40	0,4918
0,10	0,0398	0,81	0,2910	1,51	0,4345	2,42	0,4922
0,11	0,0438	0,82	0,2939	1,52	0,4357	2,44	0,4927
0,12	0,0478	0,83	0,2967	1,53	0,4370	2,46	0,4931
0,13	0,0517	0,84	0,2995	1,54	0,4382	2,48	0,4934
0,14	0,0557	0,85	0,3023	1,55	0,4394	2,50	0,4938
0,15	0,0596	0,86	0,3051	1,56	0,4406	2,52	0,4941
0,16	0,0636	0,87	0,3078	1,57	0,4418	2,54	0,4945
0,17	0,0675	0,88	0,3106	1,58	0,4429	2,56	0,4948
0,18	0,0714	0,89	0,3133	1,59	0,4441	2,58	0,4951
0,19	0,0753	0,90	0,3159	1,60	0,4452	2,60	0,4953
0,20	0,0793	0,91	0,3186	1,61	0,4463	2,62	0,4956
0,21	0,0832	0,92	0,3212	1,62	0,4474	2,64	0,4959
0,22	0,0871	0,93	0,3238	1,63	0,4484	2,66	0,4961
0,23	0,0910	0,94	0,3264	1,64	0,4495	2,68	0,4963
0,24	0,0948	0,95	0,3289	1,65	0,4505	2,70	0,4965
0,25	0,0987	0,96	0,3315	1,66	0,4515	2,72	0,4967
0,26	0,1026	0,97	0,3340	1,67	0,4525	2,74	0,4969
0,27	0,1064	0,98	0,3365	1,68	0,4535	2,76	0,4971
0,28	0,1103	0,99	0,3389	1,69	0,4545	2,78	0.4973
0,29	0,1141	1,00	0,3413	1,70	0.4554	2,80	0,4974
0,30	0,1179	1,01	0,3438	1.71	0,4564	2,82	0,4976
0,31	0,1217	1,02	0,3461	1,72	0.4573	2,84	0,4977
0,32	0,1255	1,03	0,3485	1,73	0,4582	2,86	0,4979
0,33	0,1293	1,04	0,3508	1,74	0,4591	2,88	0,4980

0,34	0,1331	1,05	0,3531	1,75	0.4599	2,90	0,4981
0,35	0,1368	1,06	0,3554	1,76	0.4608	2,92	0,4982
0,36	0,1406	1,07	0,3577	1,77	0,4616	2,94	0,4984
0,37	0,1443	1,08	0,3599	1,78	0.4625	2,96	0,4985
0,38	0,1480	1,09	0,3621	1,79	0,4633	2,98	0,4986
0,39	0,1517	1,10	0,3643	1,80	0,4641	3,00	0,49865
0,40	0.1554	1,11	0,3665	1,81	0,4649	3,20	0,49931
0,41	0,1591	1,12	0,3686	1,82	0.4656	3,40	0,49966
0,12	0,1628	1,13	0,3708	1,83	0,4664	3,60	0,499841
0.43	0,1664	1,14	0,3729	1,84	0.4671	3,80	0,499928
0,44	0,1700	1,15	0,3749	1,85	0,4678	4,00	0,499968
0,45	0,1736	1,16	0,3770	1,86	0,4686	4,50	0,499997
0,46	0,1772	1,17	0,3790	1,87	0,4693	5,00	0,499997
0,47	0,1808	1,18	0,3810	1,88	0,4699		
0,48	0,1844	1,19	0,3830	1,89	0,4706		
0,49	0,1879	1,20	0,3849	1,90	0,4713		
0,50	0,1915	1,21	0,3869	1,91	0,4719		
0,51	0,1950	1,22	0,3883	1,92	0,4726		
0,52	0,1985	1,23	0,3907	1,93	0,4732		
0,53	0,2019	1,24	0,3925	1,94	0,4738		
0,54	0,2054	1,25	0,3944	1,95	0,4744		
0,55	0,2088	1,26	0,3962	1,96	0,4750		
0,56	0,2123	1,27	0,3980	1,97	0,4756		
0,57	0,2157	1,28	0,3997	1,98	0,4761		
0,58	0,2190	1.29	0,4015	1,99	0,4767		
0,59	0,2224	1.30	0,4032	2,00	0,4772		
0,60	0,2257	1,31	0,4049	2,02	0,4783		
0,61	0,2291	1,32	0,4066	2,04	0,4793		
0,62	0,2324	1,33	0,4082	2,06	0,4803		
0,63	0,2357	1,34	0,4099	2,08	0,4812		
0,64	0,2389	1,35	0,4115	2,10	0,4821		
0,65	0,2422	1,36	0,4131	2,12	0,4830		
0,66	0,2454	1,37	0,4147	2,14	0,4838		
0,67	0,2486	1,38	0,4162	2,16	0,4846		
0,68	0,2517	1,39	0,4177	2,18	0,4854		
0,69	0,2549	1,40	0,4192	2,20	0,4861		
0,70	0,2580						

Література

1. Андрухаев Х.М. Сборник задач по теории вероятностей. / Х.М. Андрухаев – М.: «Просвещение», 1985.-165с.
2. Виленкин Н.Я. Комбинаторика./ Н.Я. Виленкин – М.: «Наука», 1969. -328с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. / В.Е. Гмурман – М.: Высшая школа, 1999. -400с.
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: [Учебник для вузов] / Н.Ш. Кремер – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.-543 с.
5. Красс М.С. Основы математика и ее приложения в экономическом образовании. / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов – М.: Дело, 2000.- 688с.
6. Рудавський Ю.К. Збірник задач з теорії ймовірностей. Навч. посібник. / Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, І.Я. Олексів та ін. – Львів: «Львівська політехніка», 2000.- 242с.

Навчальне видання

Серебреников *Вадим Михайлович*
Квітка *Тетяна Володимирівна*

Кафедра вищої математики та інформаційних систем

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ: ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Навчально-методичний посібник

розділ «Випадкові події»

Формат 60х84/8. Ум. др. арк.

Донецький національний університет
економіки і торгівлі імені
Михайла Туган-Барановського
50042, Дніпропетровська обл.,
м. Кривий Ріг, вул. Курчатова, 13.
Свідоцтво суб’єкту видавничої
справи ДК № 4929 від 07.07.2015 р.